

THEORIE DU BROUTEMENT

ARTICLE PRINCIPAL
recouvrant en partie
LA THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR

présentée
A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS
par Frédéric MIRSKI

pour obtenir
le grade de DOCTEUR-INGENIEUR

Sujet de la Thèse :

DYNAMIQUE DE LA MACHINE-OUTIL

Soutenue le 19 Février 1970 devant la Commission d'Examen

MM. R. SIESTRUNCK : Président

M. ROSEAU
J. LOMBARD } Examineurs

THEORIE DU BROUTEMENT

ARTICLE PRINCIPAL
recouvrant en partie
LA THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR

présentée
A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS
par Frédéric MIRSKI

pour obtenir
le grade de DOCTEUR-INGENIEUR

Sujet de la Thèse :

DYNAMIQUE DE LA MACHINE-OUTIL

Soutenue le 19 Février 1970 devant la Commission d'Examen

MM. R. SIESTRUNCK : Président

M. ROSEAU
J. LOMBARD } Examineurs

Dynamique de la machine-outil

6^e partie (1)

Théorie du broutement

I. Introduction à la théorie du broutement



par Frédéric Mirski (2)

Le mot « broutement » est souvent utilisé pour désigner tout phénomène vibratoire intense qui accompagne une opération d'usinage.

Dans certains cas les vibrations qui apparaissent lors de l'usinage sont engendrées par le passage successif des arêtes coupantes, par les engrenages des chaînes cinématiques, etc. On identifie l'origine de ces vibrations par leur fréquence, égale soit à la fréquence de passage des arêtes, soit à celle de passage des dents d'un engrenage. Quel que soit l'effet de la présence de ce type de vibrations (appelées « vibrations forcées ») sur la qualité du produit usiné, on constate que leur amplitude n'a pas de tendance à croître au cours de l'opération et que la cause de leur apparition est relativement facile à déceler. Mais certains régimes d'usinage sont à l'origine de l'apparition d'un autre type de vibrations : leur amplitude a en général une tendance croissante très nette et très rapide et leur fréquence n'a aucun rapport avec celle qui peut provenir des sources vibratoires connues de la machine : outil à arêtes multiples, engrenages, moteurs, pompes, etc.

L'apparition de ce type de vibrations, appelées « vibrations auto-entretenues », ne peut être attribuée à aucune cause extérieure. C'est la machine-outil tout entière et le régime d'usinage choisi qui en sont la cause. L'étude de ce phénomène est l'objet de la théorie du broutement.

Le terme « broutement » désignera donc dans ce qui suit uniquement les vibrations auto-entretenues.

L'étude dynamique d'une machine-outil permet de constater que la fréquence du broutement est plus ou moins proche d'une de ses fréquences propres principales. Souvent la fréquence du broutement dépend du régime d'usinage ; elle peut varier en fonction de la pièce usinée, etc.

Elle a toujours cependant un rapport avec les fréquences propres principales de la machine-outil.

Pour comprendre le mécanisme de l'apparition du broutement il faut analyser le comportement d'une structure mécanique soumise à l'action d'un effort, lui-même étant la fonction du comportement de la structure, c'est-à-dire qu'il faut analyser le comportement d'un système à boucle de retour.

Si une structure reçoit une impulsion qui l'écarte de son état d'équilibre, elle y reviendra après avoir effectué une série de mouvements vibratoires. Comme ce sont des vibrations libres, leur fréquence sera évidemment égale à une des fréquences propres de la structure, et puisque tout système en mouvement dissipe de l'énergie, l'amplitude de ces vibrations diminuera progressivement, jusqu'à ce que l'énergie fournie au système soit entièrement dissipée.

Pour maintenir constante pendant un certain temps l'amplitude des vibrations, il faut que le système vibrant reçoive de l'extérieur un apport d'énergie qui compense les pertes par dissipation.

Les vibrations dureront aussi longtemps que cet apport d'énergie aura eu lieu. Il n'est cependant pas suffisant d'apporter de l'énergie au système pour le faire vibrer ou pour modifier son régime vibratoire. Ainsi, si on applique à une structure un effort statique, on lui apporte incontestablement de l'énergie. Celle-ci sera accumulée par la structure sous la forme d'énergie potentielle de déformation élastique et ne pourra provoquer ou modifier les vibrations qu'à partir du moment où l'effort statique aura été supprimé.

Si pendant le temps où l'effort statique est appliqué à la structure, celle-ci reçoit une impulsion, elle vibrera à sa fréquence propre et l'amplitude de ces vibrations diminuera progressivement : l'énergie potentielle accumulée ne compensera pas les pertes par dissipation.

Au cours de tout phénomène vibratoire a lieu la transformation périodique de l'énergie potentielle en énergie cinétique et vice-versa. Une partie de l'énergie cinétique est dissipée, le reste se transforme en énergie potentielle. Pour maintenir donc l'amplitude constante des vibrations, il faut apporter à la structure de l'énergie cinétique. C'est pourquoi le seul moyen de maintenir l'amplitude constante des vibra-

(1) Voir « La Machine-Outil française », nos 257, 259, 260, 261, 262, 263, 264, octobre et décembre 1969, janvier, février, mars, avril et mai 1970.

(2) Docteur-ingénieur au Centre d'Etudes et de Recherches de la machine-outil.

tions est d'appliquer au système vibrant un effort périodiquement variable (excitation harmonique par exemple).

Il faut noter que même si l'énergie apportée par l'excitation harmonique (ou périodique) est plus petite ou plus grande que l'énergie que le système en vibration dissipe, les vibrations ne disparaîtront pas dans le premier cas, ni ne deviendront infinies dans le second. A tout apport d'énergie correspond une valeur déterminée de l'amplitude des vibrations. Ceci s'explique par le fait que l'apport de l'énergie est proportionnel à l'amplitude des vibrations, tandis que l'énergie dissipée reste proportionnelle au carré de l'amplitude. Il en résulte qu'un système mécanique excité par un effort harmonique extérieur ne peut pas s'emballer. Il n'en est pas de même pour un système à boucle de retour.

Considérons une image simplifiée d'une machine-outil (d'un tour par exemple) en cours d'usinage. L'outil enlève un copeau d'une certaine largeur et d'une certaine épaisseur (supposée petite devant la largeur).

Puisqu'entre l'outil et la pièce usinée s'exerce un effort de coupe, une certaine quantité d'énergie potentielle est accumulée dans la structure.

Si maintenant le système reçoit une impulsion quelconque qui l'écarte de son état d'équilibre (un grain dur rencontré par l'outil, par exemple), la position de l'outil par rapport à la pièce usinée changera. S'il n'y avait pas de phénomène de coupe, le système reviendrait à sa position initiale après avoir effectué une série de mouvements vibratoires avec l'amplitude décroissante. Il n'en est pas obligatoirement de même pour une machine-outil en cours d'usinage.

Toute variation de la position relative de l'outil et de la pièce usinée équivaut à une modification de l'épaisseur du copeau, ce qui engendrera une variation de l'effort de coupe. Une impulsion extérieure est donc à l'origine de l'apparition d'une autre impulsion, engendrée par le système. Cette deuxième impulsion provoquera de nouveau une variation de l'épaisseur du copeau et donc de l'effort de coupe, et ainsi de suite. Le système peut donc entretenir lui-même les vibrations, une fois celles-ci déclenchées par une impulsion extérieure.

L'énergie nécessaire à l'entretien des vibrations sera puisée dans l'énergie potentielle de déformation élastique.

Un système à boucle de retour est donc capable de compenser les pertes par dissipation en puisant dans l'énergie potentielle accumulée dans le système. Cette énergie étant importante l'amplitude des vibrations peut croître très vite une fois les vibrations déclenchées.

Il a été spécifié plus haut qu'un système vibrant ouvert (sans boucle de retour) ne peut pas s'emballer sous l'effet d'excitation harmonique (ou périodique) car l'énergie dissipée est proportionnelle au carré de l'amplitude et l'énergie apportée à l'amplitude des vibrations. Quelles que soient donc l'amplitude de l'effort d'excitation et les propriétés du système vibrant, il existe toujours une valeur de l'amplitude des vibrations pour laquelle l'énergie dissipée et l'énergie apportée deviennent égales. Il existe donc toujours un état d'équilibre vibratoire.

Il n'en est pas de même pour un système à boucle. Si le système est linéaire, l'état d'équilibre vibratoire ne peut pas pratiquement exister. Si le système n'est pas linéaire, un équilibre vibratoire

peut avoir lieu car les propriétés du système changent avec l'amplitude des vibrations. Toutefois cet équilibre est en général atteint lorsque l'amplitude des vibrations dépasse de loin sa valeur acceptable pour le fonctionnement correct du système.

On a dit que l'énergie apportée à un système vibrant par l'effort est proportionnelle à l'amplitude des vibrations. Il est important d'ajouter maintenant que cette énergie est proportionnelle au produit des amplitudes de l'effort et des vibrations. Ceci ne change rien en ce qui concerne un système sans boucle (l'effort ne dépend pas du mouvement) mais c'est très important pour un système à boucle de retour. Si on admet en première approximation que l'effort dynamique de coupe est proportionnel à la variation de l'épaisseur du copeau, on arrive à en conclure que l'énergie apportée au système vibrant, tout comme l'énergie dissipée, est proportionnelle au carré de l'amplitude des vibrations. Le comportement dynamique d'un système à boucle de retour ne dépend donc que des coefficients de proportionnalité entre le carré de l'amplitude des vibrations et l'énergie dissipée d'une part et l'énergie apportée d'autre part. Si le rapport de ces énergies (apportée/dissipée) est plus grand que l'unité, le système s'emballer à la première impulsion extérieure, s'il est plus petit, le système revient à son état d'équilibre statique (non vibratoire).

On peut imaginer que les deux énergies sont égales et dans ce cas le système serait en équilibre vibratoire quelle que soit l'amplitude des vibrations. Mais cet équilibre étant instable, le moindre changement provoquera soit le retour du système à son équilibre statique soit l'accroissement de l'amplitude des vibrations. Néanmoins, malgré l'impossibilité pratique de l'existence d'un état d'équilibre vibratoire d'une machine-outil en cours d'usinage (considérée comme un système linéaire) c'est sur cet état d'équilibre hypothétique que se base le calcul de stabilité d'une machine-outil. On considère alors cet état d'équilibre comme la frontière théorique entre les régimes stable et instable d'usinage, d'où la notion de la « limite de stabilité ».

Pour que le principe du mécanisme de l'apparition du broutement soit clair il faut analyser le rôle que jouent dans ce phénomène la structure mécanique de la machine-outil d'une part et le processus de coupe d'autre part. Le processus de coupe permet la transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique capable de compenser les pertes par dissipation. L'énergie apportée au système sera d'autant plus grande que la variation de l'effort due à une variation donnée de l'épaisseur du copeau, est plus grande.

Or la variation de l'effort (pour une variation donnée de l'épaisseur du copeau) est d'autant plus grande que le métal est plus résistant à la coupe et la largeur du copeau plus importante. Pour un métal donné c'est la largeur du copeau qui détermine l'apport d'énergie au système vibrant de la machine-outil.

L'énergie que la structure dissipe est proportionnelle à sa rigidité statique et à son amortissement réduit (l'amortissement réduit est égal au rapport « amortissement réel/amortissement critique »). On voit donc qu'une opération de coupe sera d'autant plus stable que la machine-outil est plus rigide et son amortissement plus grand et que le risque du broutement augmente avec la résistance à la coupe du matériau usiné et avec l'augmentation de la largeur du copeau.

La fréquence des vibrations auto-entretenues est déterminée par le système même : elle sera donc toujours voisine d'une des fréquences propres de la machine-outil. Lorsque la machine en possède plusieurs, ce sera celle dont la capacité de dissipation est minimale qui déterminera la fréquence du broutement.

Les propriétés dynamiques de la machine-outil sont exprimées par la fonction de transfert du système mécanique, les caractéristiques d'usinage par la fonction de transfert de l'usinage. La théorie des systèmes asservis permet de formuler la relation qui doit exister entre ces deux fonctions de transfert pour que la limite de stabilité soit atteinte : une machine-outil se trouvera à la limite de stabilité lors de l'exécution d'une opération donnée de l'usinage lorsque le produit des transformées de Laplace des fonctions de transfert de la machine et de l'usinage sera égal à -1 .

Cette relation constitue la base mathématique du calcul de stabilité. Il est cependant évident que les résultats du calcul n'auront de sens pratique que si les deux fonctions de transfert sont parfaitement connues.

La fonction de transfert de la machine exprime la relation qui existe entre le déplacement vibratoire et l'effort d'excitation qui le provoque. Cette fonction est relevée expérimentalement. Il est à noter que pour caractériser convenablement une machine-outil il faut relever plusieurs fonctions de transfert correspondant aux différentes conditions d'excitation et de mesure du déplacement vibratoire.

Si le relevé expérimental de ces fonctions ne pose plus de problèmes difficiles, trois questions n'ont pas encore trouvé leur solution satisfaisante :

1. La possibilité de savoir « a priori » le nombre minimal de relevés, suffisant pour caractériser une machine-outil d'un type donné ;
2. L'influence des conditions ambiantes et de l'usure d'une machine-outil sur ses caractéristiques dynamiques (fonctions de transfert) ;
3. L'influence de la différence des dimensions (à l'intérieur des tolérances admises) ou du montage sur les caractéristiques dynamiques de différentes machines d'une même série. La question porte sur le problème de savoir si l'échantillonnage a un sens pratique dans le domaine de la dynamique.

On se rend tout de suite compte que les réponses à ces trois questions ne peuvent pas être obtenues par réflexion. L'approche des solutions nécessite un travail expérimental systématique de longue durée où le concours de tous ne peut être que bénéfique.

La fonction de transfert de l'usinage exprime la relation entre l'effort dynamique et le mouvement vibratoire qui l'engendre. L'expression la plus simple de cette fonction est la relation entre l'effort dynamique et la variation de l'épaisseur du copeau. Ici intervient la notion de l'effet de régénération dont la signification est la suivante : lorsqu'à un moment donné la machine vibre, ses vibrations se répercutent sur la surface en cours d'usinage. Après un tour de la pièce usinée (pour un tour), l'outil rencontrera une surface ondulée. Si la machine continue à vibrer, l'épaisseur instantanée du copeau dépendra non seulement des vibrations à un moment donné mais aussi des vibrations qui ont eu lieu au tour précédent. On peut donc dire que la machine garde « en mémoire » les vibrations. La durée de cette mémoire est d'un tour de la pièce usinée (pour un tour), d'un tour de l'outil (pour une alésouse) ou de temps de passage de deux arêtes successives (pour une fraiseuse).

Une autre relation qui intervient dans la fonction de transfert d'usinage, lie l'effort dynamique et la vitesse des vibrations.

La signification physique de cette relation est la suivante :

L'effort de coupe dépend des angles de coupe et de dépouille dont le choix est l'effet de l'expérience accumulée. Lorsque la machine-outil vibre au cours de l'usinage, la direction instantanée de coupe résulte d'une combinaison de la vitesse nominale de coupe et de la vitesse du mouvement vibratoire et dans le cas général elle n'est pas tangente à la pièce usinée. Ceci signifie que les valeurs des angles effectifs de coupe et de dépouille ne correspondent pas à leurs valeurs nominales, d'où la variation de l'effort de coupe.

Il y a probablement lieu de tenir compte d'autres phénomènes afin de pouvoir établir de façon complète une fonction de transfert de l'usinage. Jusqu'à présent les connaissances de la coupe dynamique, ou plutôt de la coupe présentant une faible réserve de stabilité, ne semble pas être suffisantes.

Actuellement, on essaie de déterminer le rôle de différents phénomènes physiques dont la somme constitue la fonction de transfert d'usinage et on s'efforce de définir la relation entre les caractéristiques statiques de coupe et la fonction de transfert d'usinage au moment de l'apparition du régime instable.

Tous ces problèmes ainsi que leur traitement mathématique font l'objet de la suite de cette publication.

II. Théorie mathématique du broutement

Le problème de stabilité de coupe des métaux devient d'une extrême importance à partir du moment où l'automatisation élimine pendant le temps de l'exécution d'un cycle de travail donné, la décision de l'homme. Une machine-outil est toujours susceptible de brouter mais l'homme, grâce à son expérience, peut éliminer ce phénomène néfaste par une série de mesures appropriées.

Ceci explique pourquoi avant 1940 le phénomène de broutement était traité en marge des problèmes de coupe. Le cahier des charges ne contenait que les exigences de précisions géométriques. Quand la

machine broutait, il fallait changer le régime d'usinage, ce qui se traduisait généralement par une diminution du débit de copeau.

D'ailleurs, à taille égale, la puissance des machines était plus faible qu'aujourd'hui et il était normal d'effectuer plusieurs passes avant d'approcher les dimensions définitives de la pièce usinée.

Avec le développement de l'automatisme (machines spéciales, commande numérique) et compte tenu des exigences de prix de la production, l'utilisateur voudrait pouvoir arriver au produit fini en effectuant un nombre de passes le plus faible possible. C'est à

partir de ce moment que le problème de la stabilité de coupe commence à jouer un rôle prépondérant : l'augmentation de la largeur du copeau enlevé par un (ou plusieurs) outil se fait au détriment de la « réserve de stabilité du processus d'usinage », jusqu'à ce que cette largeur atteigne une valeur limite au-delà de laquelle la coupe ne sera plus stable.

Le bureau des méthodes doit en être averti afin de choisir le régime d'usinage (vitesse, avance, angles de l'outil), le mode de fixation de l'outil et de la pièce à usiner, de façon à augmenter le plus possible la stabilité de l'usinage. Mais, même si l'on admet que l'utilisateur est parfaitement au courant des lois qui régissent la stabilité de coupe, la marge de manœuvre reste assez restreinte et en dernier lieu il incombe aux constructeurs de machines-outils de se pencher sur ce problème lors de la conception et de la réalisation de leurs machines.

Aperçu historique

Si l'on peut attribuer à Taylor (1907) les premières réflexions sur le broutement, c'est seulement en 1931 que paraît une étude de **S. Doi** [1] (3) où un montage permettant de mesurer les vibrations de l'outil de tour est décrit. L'auteur s'intéresse à l'influence qu'exercent sur l'amplitude de vibrations : la vitesse de coupe, l'angle de coupe et l'avance de l'outil.

En 1937, il publie une deuxième étude [2] où l'existence d'une zone de vitesses, dans laquelle la coupe est instable, est montrée pour la première fois. Cette étude est d'autant plus intéressante qu'elle relate les résultats expérimentaux qui sont aujourd'hui à la base même de la théorie du broutement. Ainsi **Doi** a pu constater que :

- l'amplitude des vibrations reste faible jusqu'à une certaine largeur du copeau pour augmenter brusquement lorsque celle-ci est dépassée (seuil du broutement) ;

- cette largeur limite de la coupe stable augmente en même temps que l'angle de coupe et l'avance ;

- la largeur limite est plus grande pour l'outil couteau que pour l'outil de tronçonnage.

En 1946 **R.N. Arnold** publie une étude [3] contenant un grand nombre de résultats expérimentaux, mais dont la conclusion est erronée. D'après lui, ainsi que d'après **A.J. Chisholm** [4], le phénomène d'instabilité serait dû à la caractéristique descendante de l'effort de coupe en fonction de la vitesse. Les deux auteurs interprètent le processus de coupe comme un phénomène à frottement sec.

Néanmoins, malgré une interprétation erronée, il faut considérer ces deux études comme les premières tentatives de l'explication théorique du phénomène de broutement.

En 1951 **S. Doi** met en évidence [5] le retard de la composante horizontale de l'effort de coupe sur la composante horizontale des vibrations lors du broutement au tournage (pour acier).

En 1953, **R.S. Hahn** essaie d'expliquer l'instabilité de coupe par l'analyse des phénomènes physiques qui ont lieu dans le métal coupé au voisinage du plan de cisaillement (retard de la température sur les contraintes). En même temps il introduit la notion de l'effet de régénération [6].

Dans les années 1955-1956, les publications concer-

nant le broutement deviennent nombreuses. On y trouve presque tous les éléments qui vont constituer plus tard la base de la théorie de stabilité de coupe.

Ainsi, d'après **E. Salje** [7], l'instabilité est due à la variation de l'effort de coupe en fonction de la variation de l'épaisseur du copeau et de l'angle de coupe lors des vibrations.

J. Tlustý et **M. Polacek** publient une étude [8] où ils définissent le critère de stabilité (largeur limite du copeau) et introduisent la notion de direction propre de modes vibratoires.

Le travail de **S.A. Tobias** et **W. Fishwick** [9] apporte le dernier élément de la théorie : effet de la vitesse sur la stabilité de coupe.

La complexité du problème est telle que, malgré la connaissance de ces publications **S. Kato** (collaborateur de **S. Doi**) peut affirmer en 1958 [10] que la raison fondamentale de l'apparition du broutement n'est pas encore claire.

En 1961, **J.P. Gurney** et **S.A. Tobias** proposent [11] une méthode graphique de construction de la carte de stabilité des machines-outils.

En 1962, **J. Tlustý** avec ses collaborateurs publie le livre [13] qui a rendu leur théorie familière à tous les spécialistes. On y trouve un schéma fonctionnel du phénomène d'usinage. Ce schéma constitue le premier essai d'assimilation de la machine-outil, lors de la coupe, à un système asservi. Mais le langage mathématique et la méthode de raisonnement de Tlustý et de Tobias sont tellement différents que ce dernier parle [14] de deux interprétations théoriques du broutement.

J. Peters et **P. Vanherck** en 1962 écrivent [15] que : « loin de s'opposer, ces méthodes se complètent... ». Il ne s'agit pourtant que d'une même théorie — théorie d'un système asservi. Ceci est clair depuis quelques années ; il fallait seulement uniformiser le langage mathématique.

J. Tlustý et **M. Polacek** ont mis l'accent sur la variation de la valeur du critère de stabilité en fonction de la direction dans l'espace, tandis que **S.A. Tobias** a analysé la variation de la stabilité avec la vitesse de coupe.

Le phénomène physique principal qui constitue la base de leur raisonnement est le même : l'asservissement du système vibrant de la machine par l'effort de coupe, dont la variation fournit l'énergie nécessaire pour régénérer les vibrations.

A la conférence annuelle de l'ASME (1964), **H.E. Meritt** présente [16] un schéma fonctionnel de la machine lors de la coupe. A partir de ce moment la théorie linéaire du broutement acquiert la forme définitive ; le langage mathématique est défini et les efforts peuvent être portés sur la connaissance plus complète des fonctions de transfert qui interviennent dans le schéma fonctionnel. Ces travaux sont en cours.

La coordination des efforts de plusieurs laboratoires est assurée par le Collège International pour l'Etude Scientifique des Techniques de Production Mécanique (C.I.R.P.).

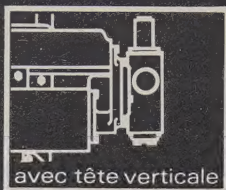
1. Description physique du phénomène d'instabilité de coupe

Si, à un moment donné, une cause quelconque provoque la rupture de l'équilibre qui existe lors de

(3) Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie, en fin d'étude.

Une gamme complète de machines pour fraisage, perçage, alésage et pointage pouvant être équipées de dispositifs de copiage, de visualisation de cotes, de commandes numériques.

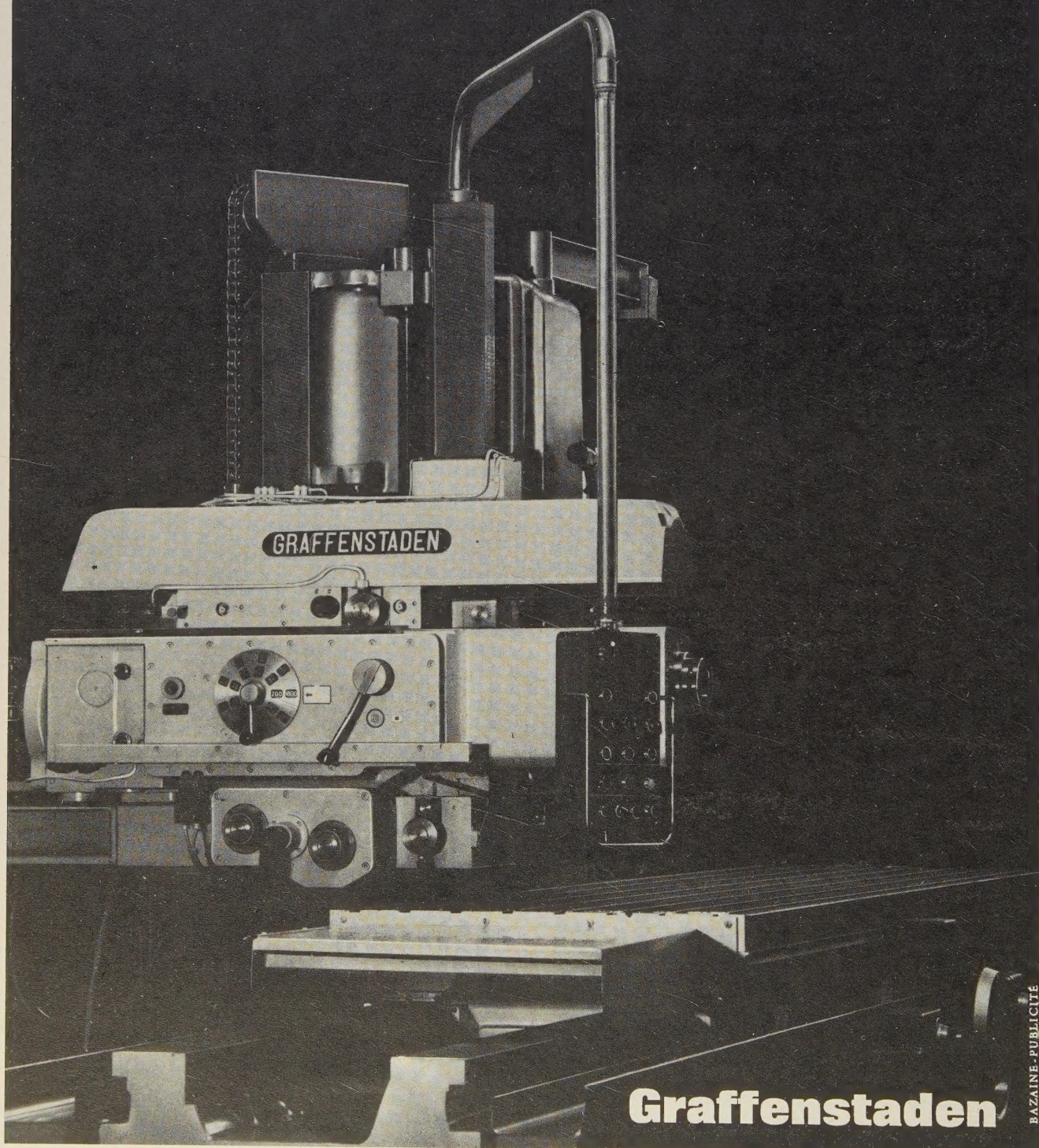
**Fraiseuses
à banc
type FB
à broche
horizontale**



Alcatel
usine de Graffenstaden

course du bras fraiseur : 630 ou 800 mm
course longitudinale : 1250 à 3000 mm

Route de Lyon
67 - GRAFFENSTADEN
Tél. 34.92.00 +
Télex ALCATEL illki 87054



Graffenstaden

BAZAINE-PUBLICITE

la coupe stable, le système « machine-outil, pièce, outil » écarté de sa position d'équilibre peut y revenir ou non.

Les causes susceptibles d'écarter le système de son état d'équilibre sont multiples :

- hétérogénéité du matériau de la pièce usinée (zones dures ou molles, fissures locales) ;
- irrégularités géométriques de la surface de la pièce avant usinage ;
- non uniformité des mouvements (vibrations forcées, stick-slip) ;
- chocs extérieurs transmis à la machine par la fondation, etc.

Le comportement d'une machine-outil après la rupture d'équilibre peut être décrit schématiquement de façon suivante :

La variation de l'effort de coupe (due par exemple à la rencontre par l'outil d'un grain dur) engendre une variation de la position relative de l'outil par rapport à la pièce usinée (flexibilité de la structure mécanique — T_M). Il en résulte une variation des dimensions de la section du copeau, ce qui engendre à son tour une variation de l'effort de coupe (fonction de transfert de la coupe — T_U). Si cette variation de la section du copeau régénère la variation de l'effort qui l'a provoqué, la coupe devient instable. Il est évident que le cycle décrit ci-dessus peut être déclenché par la variation brusque de la section du copeau (choc extérieur) ; le comportement dynamique du système ne dépend pas, en l'absence de nouvelles perturbations, de la cause qui provoque la rupture de l'équilibre. Les perturbations extérieures jouent le rôle du détonateur déclenchant le phénomène dont le développement ultérieur est fonction des propriétés physiques du système même. Ceci est, en particulier, une propriété des systèmes linéaires.

Une machine-outil peut pourtant être difficilement assimilée à un système linéaire ; les lois de coupe ne sont pas linéaires non plus. Le modèle linéaire a été adopté en raison de sa simplicité. L'expérience prouve que la description du phénomène de broutement basée sur l'approximation linéaire est satisfaisante pour la compréhension du mécanisme de son apparition. Il n'en est pas tout à fait de même quant à la précision pratique d'une telle description.

Le schéma fonctionnel de machine-outil lors de la coupe est représenté figure 1.

Le rôle des forces perturbatrices et de la variation de la position relative entre l'outil et la pièce a été décrit plus haut. La figure 1 montre que les perturbations peuvent agir aussi sur les fonctions de transfert T_U et T_M . Ainsi l'apparition ou la disparition brusque de l'arête rapportée, l'usure brutale de l'outil ou la variation périodique du nombre d'arêtes en contact

avec le métal — pour l'outil à arêtes multiples — provoque le changement de T_U aléatoire ou périodique ; la rotation de la pièce usinée ou de l'outil engendre une variation périodique de la fonction T_M si les encastrements sont anisotropes.

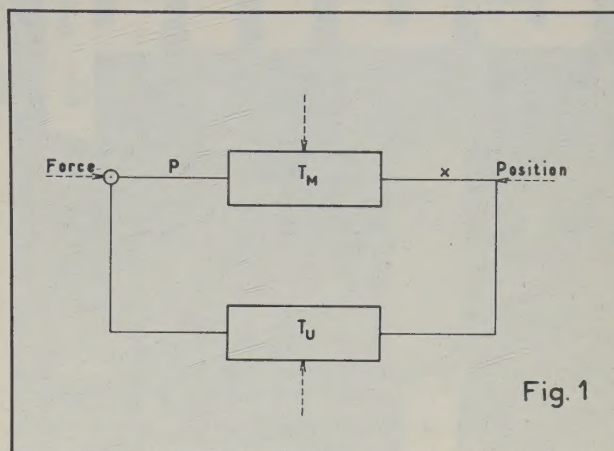


Fig. 1

La difficulté de l'étude dynamique du système « machine-pièce-outil », mis à part les nombreuses non-linéarités, réside dans le fait que :

- le système change d'un usinage à l'autre (différentes pièces et différents outils, différentes répartitions des masses et des rigidités de la machine, différentes directions d'usinage, etc.) ;

- le système change au cours d'un même usinage (déplacement progressif des sous-ensembles de la machine, déplacement du point — ou des points — d'application de l'effort, développement de l'usure de l'outil, etc.).

Cet aspect du problème rend nécessaire une étude préalable à l'étude dynamique proprement dite.

Cette étude préliminaire porte sur la structure mécanique (et non sur les lois de coupe) et son but est de :

- déterminer les conditions de travail pour lesquelles le risque de l'apparition de l'instabilité est le plus grand ;

- choisir un nombre restreint de cas représentatifs pour l'ensemble de l'usinage (différentes positions des sous-ensembles, différentes directions de l'usinage) afin que les résultats de l'étude puissent être extrapolés.

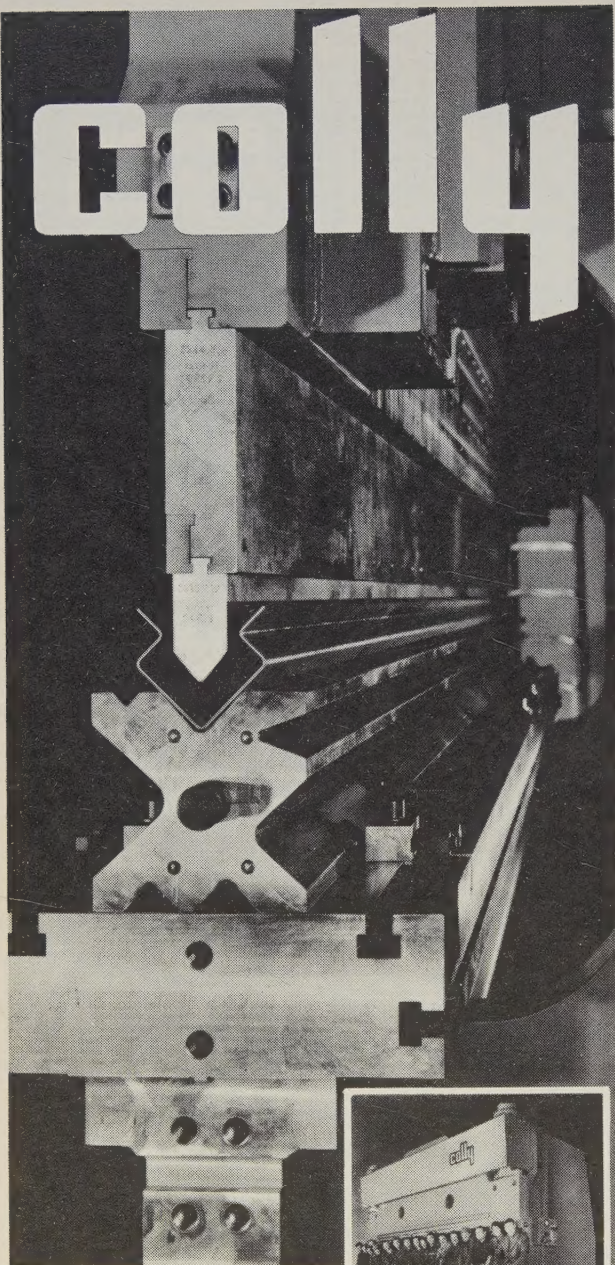
(A suivre.)

Création d'un Groupement d'intérêt économique « La Thermique sous vide »

Les Sociétés Alcatel, Alcatel-Heurtey, Heurtey, Société d'Applications thermiques et Le Vide moléculaire dans l'industrie ont créé « La Thermique sous vide » qui prend en charge l'action commerciale pour l'ensemble des activités de chacune des sociétés qui relèvent de la thermique sous basse pression.

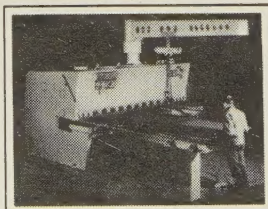
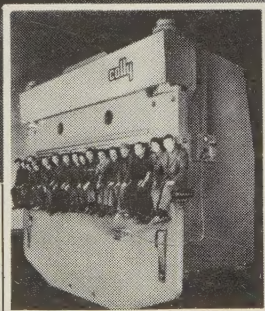
Ce groupement est donc à même d'offrir une gamme de matériels couvrant la totalité des applications dans ce domaine d'activité, tout en bénéficiant de l'expérience acquise depuis de nombreuses années par chaque société qui reste fournisseur dans sa spécialité.

MOF 39 - 0011



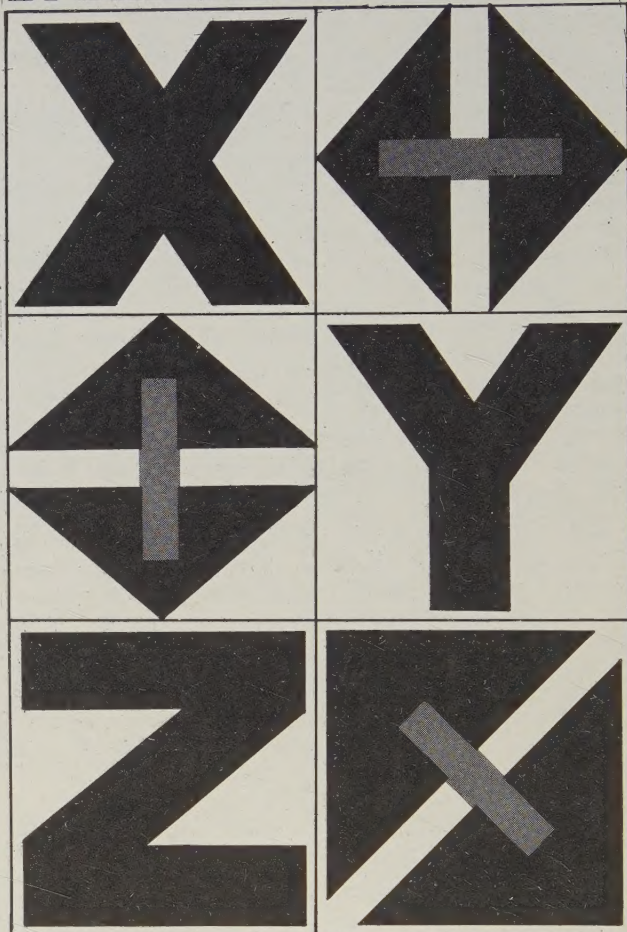
**presses-
plieuses
hydromécaniques
de 30 à 1000 tonnes**
**presses à col de
cygne**
**cisailles
guillottes**

colly s.a.
constructions hydromécaniques
66 à 72, rue émile decors - 69 lyon-villeurbanne
téléphone (78) 84.38.88 + - télex prescol 33118 f



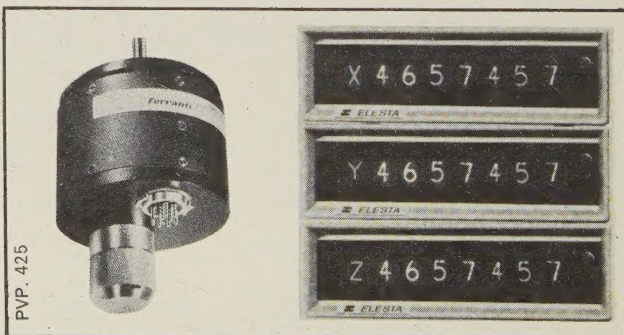
COMPTEURS BI DIRECTIONNELS

POUR
VISUALISATION
DE
DÉPLACEMENTS



Réalisés entièrement en **circuits intégrés**. Insensibles aux parasites. Discrimination du **sens de comptage**. 2 à 7 décades affichées avec :

- **origine** flottante ou prédéterminée
- **Présélection** simple ou double
- **Sortie** pour imprimante



1, avenue Herbillon
94 - Saint-Mandé
Tél. : 328-07-30



**ELESTA
FRANCE**

Dynamique de la machine-outil

6^e partie (1)

Théorie du broutement

II. Théorie mathématique du broutement (suite)

par Frédéric Mirski (2)

Nous avons publié dans le numéro précédent le début de la théorie du broutement, où l'auteur commence par examiner de façon générale le phénomène. Puis il aborde la théorie mathématique, avec un aperçu historique, et la description physique du phénomène d'instabilité de coupe. C'est la suite de cette étude qui apparaît ci-dessous.

1. Description physique du phénomène d'instabilité de coupe

1.1. Fonction de transfert du système mécanique - T_M

La fonction de transfert - T_M représente la flexibilité dynamique directionnelle du système, en fonction de la fréquence.

Lorsque sur la poutre (fig. 2a) agit un effort dynamique P_x dont la fréquence varie progressivement et si les vibrations sont mesurées suivant une même direction x , on obtient la flexibilité directe (x, x) de la poutre dans sa section S (fig. 2b) (3).

$$\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}_x}\right) = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}_x}\right) (f) \quad \text{avec} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1)$$

Il en est de même pour l'effort P_y et les vibrations suivant y (fig. 2c) :

$$\left(\frac{\vec{y}}{\vec{P}_y}\right) = \left(\frac{\vec{y}}{\vec{P}_y}\right) (f) \quad (1a)$$

Si on applique à la poutre une force P_α dont la direction est inclinée de l'angle α par rapport à x

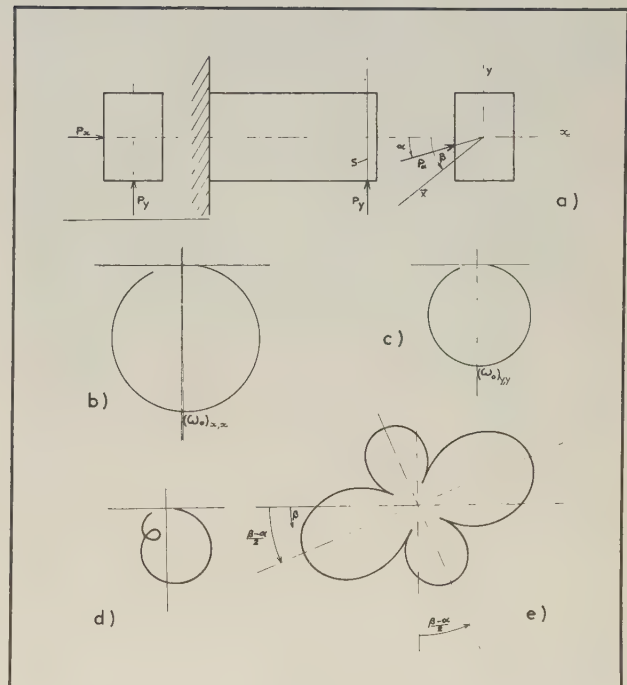


FIG. 2.

(fig. 2a), la courbe de flexibilité que l'on obtient lorsque les vibrations sont mesurées suivant x , a la même forme que la courbe $\left(\frac{x}{P_x}\right) (f)$ à l'échelle près. L'échelle de cette courbe est proportionnelle à $\cos \alpha$ car c'est uniquement la projection de l'effort P_α sur la direction propre d'un mode, qui peut l'exciter. Il en est de même pour la courbe de flexibilité suivant y . Son échelle sera proportionnelle à $\sin \alpha$.

On a donc :

$$\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}_\alpha}\right) = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{\alpha,x} = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{\alpha,0} = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{x,x} \cos \alpha \quad (2)$$

(1) Voir « La Machine-Outil française » n°s 257, 259, 260, 261, 262, 263, 264 et 265, octobre et décembre 1969, janvier à juin 1970.

(2) Docteur Ingénieur au Centre d'Etudes et de Recherches de la machine-outil.

(3) Les courbes polaires sont limitées au premier mode vibratoire.

$$\left(\frac{\vec{y}}{P_\alpha}\right) = \left(\frac{\vec{x}}{P}\right)_{\alpha, y} = \left(\frac{\vec{x}}{P}\right)_{\alpha, \frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\vec{y}}{P}\right)_{y, y} \sin \alpha \quad (2a)$$

Lorsque α n'est ni nul, ni un multiple de $\frac{\pi}{2}$ l'effort $\vec{P}_\alpha$ excite simultanément les deux modes.

Nota : On écrit $\left(\frac{\vec{x}}{P}\right)_{\alpha, x} = \left(\frac{\vec{x}}{P}\right)_{\alpha, 0}$ et $\left(\frac{\vec{x}}{P}\right)_{\alpha, y} = \left(\frac{\vec{x}}{P}\right)_{\alpha, \frac{\pi}{2}}$ parce que l'axe x est pris comme une référence pour la mesure des angles.

Si de plus, les vibrations ne sont pas mesurées suivant un des axes principaux mais suivant une direction inclinée de l'angle β par rapport à x , la courbe de flexibilité qui en résultera sera la somme des projections sur la direction de la mesure des flexibilités α , x et α , y définies ci-dessus (fig. 2d).

Cette courbe de flexibilité α , β dépend évidemment des angles d'excitation α et de mesure β . La permutation de ces angles ne change pas la flexibilité (propriété fondamentale des systèmes linéaires : la réciprocité).

$$(\text{flex})_{\alpha, \beta} = (\text{flex})_{\beta, \alpha} \quad (3)$$

Nota : Le premier indice se rapporte à la direction d'excitation, le second à la direction de mesure (par rapport à une direction de référence).

On remarquera aussi que :

$$(\text{flex})_{x, y} = (\text{flex})_{y, x} = 0 \quad (3a)$$

(s'il n'y a pas de couplage entre les modes ; donc si le système est linéaire).

Si on maintient constante la valeur de l'angle $(\beta - \alpha)$ en faisant varier l'angle β , on peut tracer un diagramme polaire de la flexibilité en fonction de cet angle (en choisissant, par exemple, l'amplitude à la résonance comme valeur représentative de la flexibilité) fig. 2e.

On remarque que ce diagramme est symétrique par rapport à :

1) son origine

$$(\text{flex})_{\alpha, \beta} = (\text{flex})_{\pi + \alpha, \pi + \beta} \quad (3b)$$

2) une droite inclinée de l'angle $\frac{1}{2}(\beta - \alpha)$ par rapport à l'axe x :

$$(\text{flex})_{\alpha, \beta} = (\text{flex})_{-\beta, -\alpha} \quad (3c)$$

3) une droite inclinée de l'angle $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$ par rapport à l'axe x :

$$(\text{flex})_{\alpha, \beta} = (\text{flex})_{\pi - \beta, \pi - \alpha} \quad (3d)$$

Nota : Les relations (3) et (3c) ont une signification différente : la première exprime l'invariance de la flexibilité si l'on permute entre elles les directions d'excitation et de mesure (l'angle $\beta - \alpha$ change de signe) ; la seconde détermine (pour $\beta - \alpha = \text{constante}$) deux valeurs de l'angle d'excitation pour lesquelles on a la même flexibilité.

De même façon on peut tracer un diagramme des amplitudes maximales ou de leurs parties réelles maximales.

Pour différentes valeurs de l'angle $(\beta - \alpha)$ ainsi que pour différentes sections d'excitation ou de mesure on obtient des diagrammes différents (au moins du point de vue de l'échelle).

Le comportement dynamique d'une machine-outil est évidemment plus complexe que celui d'une

poutre régulière, encastrée. Une machine-outil possède en général plus de deux modes vibratoires importants dont les directions propres ne sont pas obligatoirement perpendiculaires entre elles. L'amortissement de ces modes change avec le degré d'échauffement de la machine. On peut aussi observer un léger glissement des fréquences propres avec le temps d'excitation. Il faut tenir compte de l'incidence sur le diagramme de flexibilité de différentes positions relatives des sous-ensembles d'une machine, de la forme et de la masse d'une pièce à usiner, de la direction et du mode d'usinage (les valeurs des angles α et β), de l'outil utilisé, etc.

Une étude récente [17] (4) contient des résultats expérimentaux concernant l'influence, sur la réponse vibratoire d'une machine, de différents paramètres tels que :

— l'anisotropie de l'encastrement d'une pièce à usiner (mandrin à quatre mors),

— la vitesse de rotation de la broche,

— la précharge statique et l'amplitude de l'effort dynamique,

— le temps d'échauffement de la machine.

Ces résultats sont très importants du point de vue pratique : ils attirent l'attention de l'expérimentateur sur les paramètres qui influent sur le comportement dynamique d'une structure et lui en suggèrent d'autres dont l'influence est mineure. Malheureusement, ces résultats ne peuvent guère être généralisés à priori. Les auteurs en ont conscience et donnent les références des machines sur lesquelles les résultats ont été obtenus.

La dernière difficulté que l'on peut mentionner est du domaine du traitement post-expérimental des résultats :

Souvent les directions propres des modes vibratoires d'une machine-outil ne peuvent pas être déterminés même approximativement à priori, sans avoir effectué les mesures. On excite cette machine et on mesure sa réponse vibratoire suivant des directions arbitrairement choisies. On obtient ainsi des courbes assez complexes. Afin de pouvoir déterminer les directions propres des modes, il faut savoir décomposer la courbe expérimentale en modes indépendants. Si les calculs lourds et pénibles peuvent être évités en utilisant un ordinateur, reste le problème des couplages non linéaires entre différents modes. Le modèle linéaire ne peut donc pas garantir toujours l'approximation satisfaisante du calcul.

1.2. Fonction de transfert de l'usinage - T_U

La fonction de transfert - T_U exprime la relation qui existe entre la variation de l'effort de coupe et le mouvement vibratoire qui la provoque. Cette fonction (ou ces fonctions) est jusqu'à présent mal connue, ou tout au moins sa connaissance est incomplète.

Les recherches entreprises par plusieurs membres du groupe « Machines-Outils » du C.I.R.P. doivent apporter des résultats expérimentaux suffisamment sûrs pour que la connaissance de la dynamique de coupe des métaux puisse être approfondie. Si les expériences en cours démontrent l'insuffisance de la

(4) Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin de l'étude.

théorie linéaire, il faudra abandonner l'appareil mathématique simple et les constructions graphiques qui en résultent et faire effectuer les calculs sur ordinateurs.

A la base de la fonction T_u se trouve la relation qui lie :

— les valeurs instantanées de l'effort dynamique et de l'épaisseur du copeau (fig. 3)

$$\vec{\Delta P}_1 = K_1 \vec{\Delta s} = K_1 (\vec{s} - \vec{s}_0) \quad (4)$$

— l'amplitude de l'effort dynamique et la largeur du copeau b

$$K_1 = k_1 b \quad (5)$$

$$\vec{\Delta P}_1 = k_1 b \vec{\Delta s} \quad (5a)$$

Si cette relation est acceptable en principe, les hypothèses que l'on adopte en général, le sont moins.

Ainsi on admet que :

— k_1 est un coefficient propre à chaque matériau (coefficient de susceptibilité au broutement) et qu'il a une valeur constante quel que soit le régime d'usinage,

— l'effort dynamique a la même direction dans l'espace que l'effort statique P (abstraction faite de son sens),

— l'effort dynamique est en phase avec la variation de l'épaisseur de copeau.

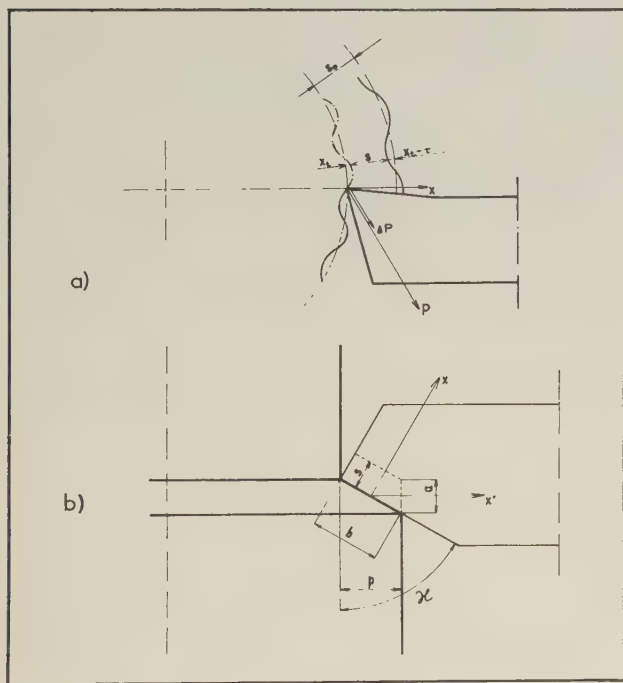


FIG. 3.

Il n'est pas difficile de démontrer le caractère arbitraire de ces hypothèses, dont le seul but est de rendre possible le calcul de stabilité, déjà assez fastidieux malgré toutes les simplifications admises.

Il est évident depuis longtemps que la valeur de k_1 ne peut pas être indépendante du régime d'usinage car la largeur limite de copeau de coupe stable est fonction de l'épaisseur moyenne de ce copeau. De

plus, la valeur du coefficient k_1 dépend non seulement du matériau usiné mais aussi de la forme et du matériau de l'outil et dans une certaine mesure de la vitesse de coupe.

Quant à la direction de l'effort dynamique, non seulement elle n'est en général pas identique à celle de l'effort statique mais elle varie souvent au cours d'une période vibratoire (pour outils multi dents, par exemple).

On possède un peu plus de renseignements sur le déphasage entre l'effort dynamique et la variation de l'épaisseur du copeau. On sait que ce déphasage existe pour la plupart des matériaux [5], [18], [19] mais les auteurs diffèrent quant à l'appréciation quantitative d'une part, et à la nature physique de ce phénomène d'autre part. S. Kato a remarqué l'absence du déphasage lors de l'usinage de la fonte. D'après lui, ainsi que d'après M.E. Elyasberg (et d'autres), l'effort dynamique est en retard sur la variation de l'épaisseur du copeau, lors de l'usinage de l'acier. Il n'en est pas de même pour J.D. Smith et S.A. Tobias [25] : l'effort dynamique accuse un retard sur la variation de l'épaisseur du copeau uniquement pour de très faibles fréquences de vibrations et il en est en avance pour des fréquences plus élevées (à partir de 40 Hz). A partir de 100 Hz (et jusqu'à 400 Hz) le déphasage entre l'effort dynamique et la variation de l'épaisseur du copeau croît à peu près linéairement avec la fréquence. Il en résulte une avance (en terme du temps) indépendante de la fréquence. Pourtant, d'après J. D. Smith [26], cette avance est en général une fonction de la fréquence.

Il semble que la différence entre les résultats expérimentaux présentés par différents auteurs est imputable aux diverses techniques employées. Il en résulte que certaines techniques sont moins bien adaptées que d'autres à l'étude du phénomène d'instabilité de la coupe.

Il reste néanmoins évident que la théorie la plus élémentaire que l'on vient d'exposer, malgré toutes ses insuffisances, a permis de comprendre le principe du mécanisme d'apparition du broutement et a déjà conduit à des résultats pratiques remarquables.

1.2.1. Effet de variation des angles effectifs de coupe et de dévissage.

La deuxième relation que l'on introduit dans la fonction T_u , exprime la dépendance de l'effort dynamique vis-à-vis de la vitesse du mouvement vibratoire, ou plus exactement vis-à-vis de la direction instantanée du mouvement relatif entre l'outil et la pièce usinée :

$$\vec{\Delta P}_2 = k_2 b \frac{\vec{\dot{x}}}{R\Omega} \quad (6)$$

avec $\vec{\dot{x}}$ - vitesse du mouvement vibratoire dans la direction perpendiculaire à la surface en cours d'usinage,

$R\Omega$ - vitesse nominale de coupe,

k_2 - coefficient de « l'effet de variation des angles ».

La relation (6) exprime la variation de l'effort de coupe en fonction de la variation des angles effectifs de coupe γ' et de dévissage α' (fig. 4b). On voit que

si la vitesse instantanée de vibrations est $\vec{\dot{x}}$, les valeurs instantanées de ces angles diffèrent de leurs valeurs nominales γ et α de l'angle $\pm \delta$

$$\delta = \text{Arc tg } \frac{\dot{x}}{R \Omega} \simeq \frac{\dot{x}}{R \Omega} \quad (6a)$$

Ce phénomène a été cité par E. Salje [7] comme deuxième cause (après la variation de l'épaisseur de copeau) de l'apparition du broutement.

S.A. Tobias et W. Fishwick ont créé une théorie [9] permettant de déterminer les coefficients k_1 et k_2 à partir de la courbe statique « effort de coupe - épaisseur du copeau ». L'étude [9] se rapporte au perçage et Tobias met en garde (p. 148 [19]) contre son utilisation sans précaution pour toute autre opération d'usinage. On conçoit mal cependant pourquoi ce qui est vrai pour le perçage serait tout à fait faux pour le tournage, par exemple. D'autre part, Tobias écrit (p. 149) que les valeurs de k_1 et de k_2 doivent être déterminées par des expériences dynamiques, mais que les valeurs approximatives de k_1 et de k_2 pour le perçage peuvent être obtenues à partir d'expériences statiques. Il semble pourtant,

au moins jusqu'à la preuve du contraire, que k_1 peut être déterminé approximativement d'après la courbe statique $P(s_0)$ et k_2 d'après les expériences statiques dont la méthode est décrite plus loin.

D'après (5a) et (6) on peut donc écrire :

$$\vec{\Delta P} = \vec{\Delta P}_1 + \vec{\Delta P}_2 = b \left(k_1 \vec{\Delta s} + \frac{k_2}{R \Omega} \vec{\dot{x}} \right) \quad (7)$$

Il en résulte que si $\vec{\Delta P}_1$ et $\vec{\Delta P}_2$ sont en phase respectivement avec $\vec{\Delta s}$ et $\vec{\dot{x}}$, $\vec{\Delta P}$ est déphasé par rapport à $\vec{\Delta s}$, et que ce déphasage diminue lorsque la vitesse de coupe $R \Omega$ augmente (confirmé par de nombreuses expériences dont celles de Smith [26] et de Elyasberg [18] par exemple).

Étant donné qu'en général :

— l'effort de coupe augmente avec diminution de l'angle effectif de dépouille et donc k_2 est négatif,

— $\vec{\dot{x}}$ est en retard sur $\vec{\Delta s}$ de l'angle compris entre 0 et $-\frac{\pi}{2}$ (à la limite du régime stable), l'effort dyna-

mique $\vec{\Delta P}$ doit être en avance sur la variation de l'épaisseur du copeau $\vec{\Delta s}$. Les expériences de Doi et Elyasberg suggèrent plutôt le contraire. Il semble donc que la relation (7) ne tient pas compte de toute la complexité du problème.

1.2.2. Théorie de M.E. Elyasberg [18].

Une explication du déphasage entre $\vec{\Delta P}$ et $\vec{\Delta s}$ tout à fait différente de celle décrite ci-dessus, a été proposée par M.E. Elyasberg. D'après cet auteur le retard de l'effort dynamique de coupe sur la variation de l'épaisseur du copeau résulte du fait que la coupe n'est pas continue. L'outil déchire le métal et la déchirure locale le devance. Pendant le temps nécessaire pour que l'arête de l'outil entre à nouveau en contact avec le métal, le mouvement vibratoire de l'outil ne change pas la valeur de la composante tangentielle de l'effort de coupe. La longueur de la déchirure dépendrait peu de la vitesse de coupe et augmenterait avec l'épaisseur du copeau.

La composante normale de l'effort de coupe serait en retard sur la composante tangentielle, ce qui est en accord avec les expériences de W. Hölken [24] et en contradiction avec celles de S. Doi [20]. Vu la faible valeur de ce déphasage (4-5 fois moins

que le retard de $\vec{\Delta P}_{\text{tang}}$ sur $\vec{\Delta s}$), on peut admettre en première approximation, faute de renseignements concordants, que l'effort dynamique conserve une direction constante dans l'espace (lors du tournage)

et que son retard sur $\vec{\Delta s}$ est d'autant plus grand que la vitesse de coupe est plus faible et l'épaisseur du copeau plus grande.

La théorie que développe Elyasberg est non-linéaire comme la théorie de S. Kato [21]. D'autres essais ont été faits dans cette voie (voir par exemple [22]), mais il semble que la solution du problème d'un modèle non-linéaire du broutement n'en soit qu'au stade du tâtonnement. Il est d'ailleurs possible que de nombreux éléments de ce modèle soient déjà acquis. Ne manquent que la synthèse et probablement des résultats expérimentaux suffisamment sûrs.

(A suivre)

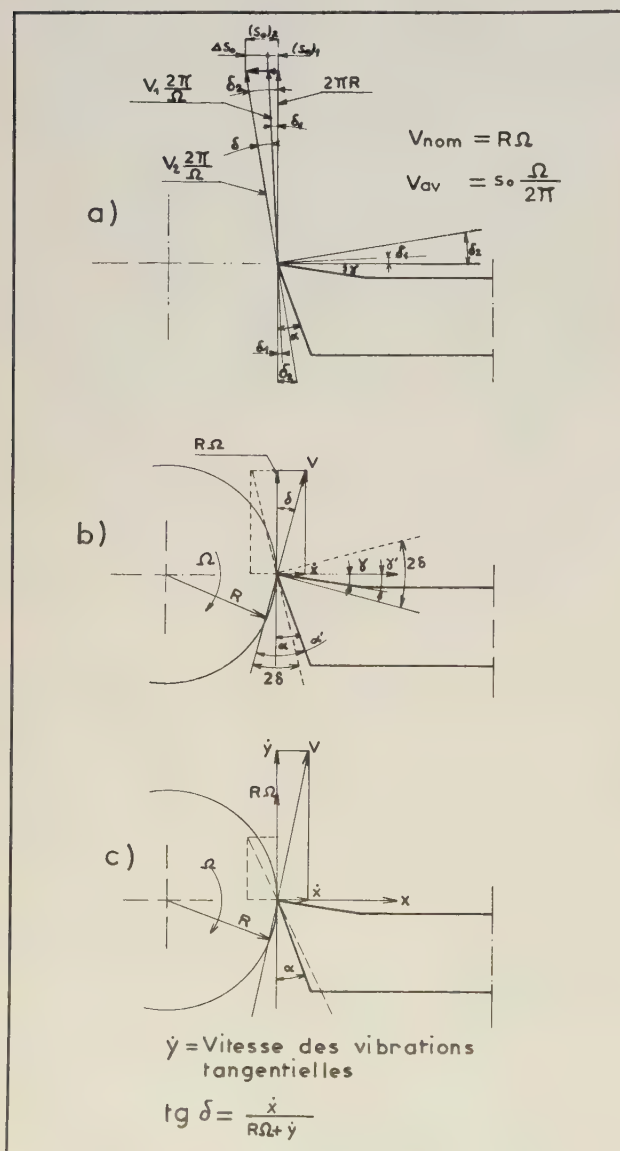


FIG. 4.

Dynamique de la machine-outil

6^e partie (1)

Théorie du broutement

II. Théorie mathématique du broutement (suite)

par Frédéric Mirski (2)

Nous avons publié dans de précédents numéros (3) le début de la théorie du broutement, où l'auteur commence par examiner de façon générale le phénomène. Puis, il aborde la théorie mathématique avec un aperçu historique et la description physique du phénomène d'instabilité de coupe.

C'est la suite de cette étude, qui apparaît ci-dessous.

2 - Etude mathématique du phénomène d'instabilité de la coupe

Lors de la description physique du mécanisme d'apparition de l'instabilité de la coupe, des hypothèses nombreuses plus ou moins arbitraires ont été avancées. Si certaines de ces hypothèses ne sont fondées que sur une connaissance imparfaite du phénomène, leur raison d'être principale est d'apporter une simplification de l'appareil mathématique à utiliser pour le calcul pratique d'une machine-outil.

Le développement mathématique proposé se limitera donc aux équations linéaires avec les termes à retard.

2-1. - Fonction de transfert T_M

Par la fonction de transfert de la machine on comprend sa flexibilité dynamique $\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)$.

Étant donné que $\vec{x}$ représente les vibrations dans la direction normale à la surface en cours d'usinage et $\vec{P}$ l'effort de coupe (sa composante dynamique), il est évident que T_M exprime une flexibilité dynamique croisée (non directe), les directions dans l'espace de $\vec{x}$ et de $\vec{P}$ étant différentes.

Compte tenu de l'anisotropie d'une structure telle qu'une machine-outil, T_M dépend non seulement de l'angle entre $\vec{x}$ et $\vec{P}$, mais aussi de la position qu'occupent dans l'espace leurs directions par

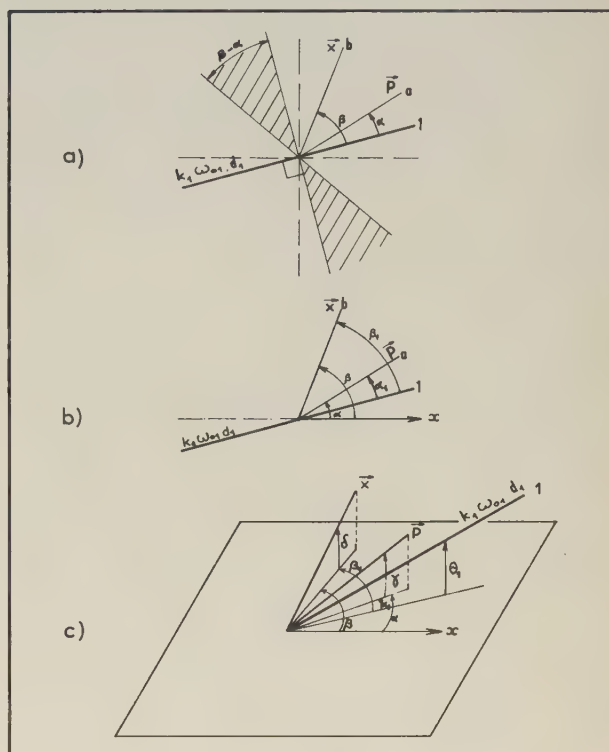


FIG. 5.

rapport aux directions propres des modes vibratoires (fig. 2e).

Après avoir admis la validité de la loi de superposition, on peut analyser le comportement d'une structure à n modes sur l'exemple d'un seul mode.

2.1.1. Facteurs de direction (Facteurs de M. Polacek et J. Tlustý).

Ainsi si l'effort $\vec{P}$ est dirigé suivant la direction a (fig. 5a), la direction b représentant la normale à la surface, on voit que :

— seule, la projection de $\vec{P}$ sur la direction propre du mode 1 peut exciter la structure suivant ce mode,

— seule, la projection du mouvement vibratoire sur la direction b sera prise en considération.

(1) Voir « La Machine-Outil française », n° 257, et 259 à 266, octobre et décembre 1969, janvier à juillet 1970.

(2) Docteur-Ingénieur au Centre d'Etudes et de Recherches de la machine-outil.

(3) N° 265 et 266, juin et juillet 1970.

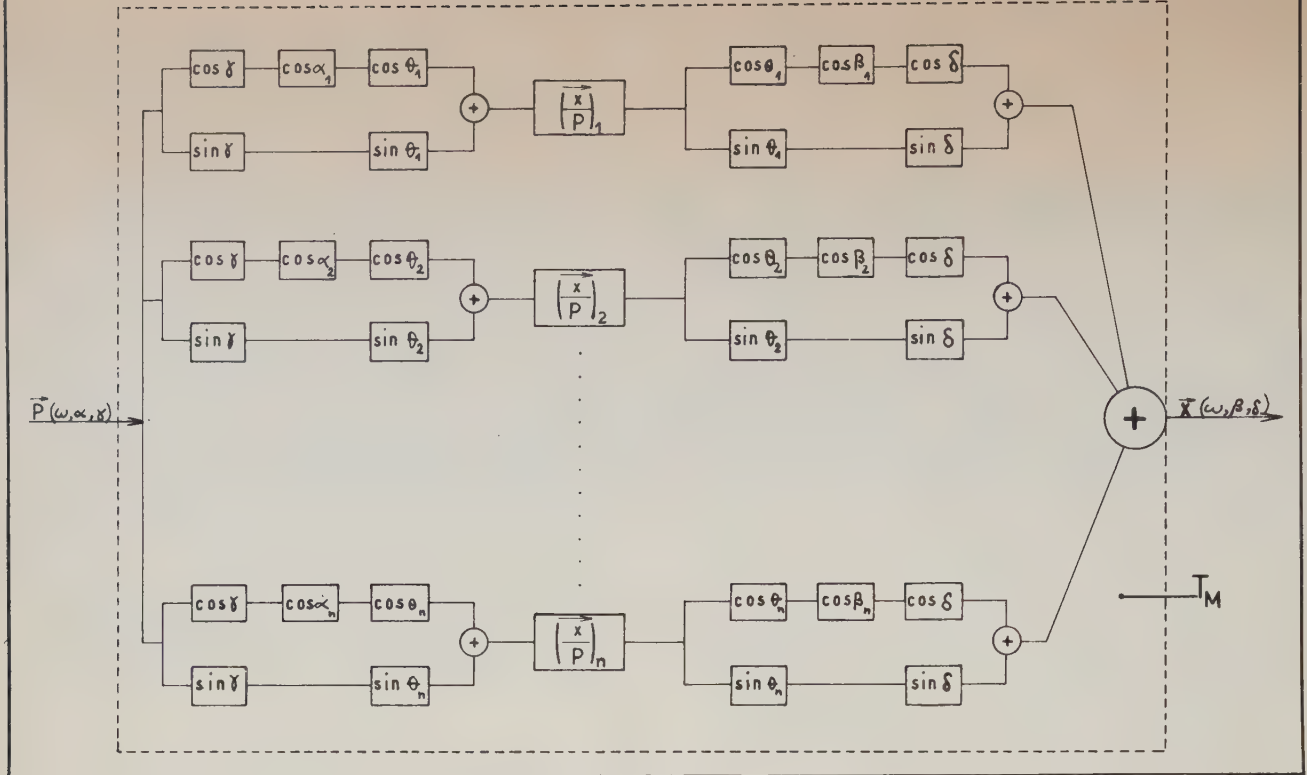


FIG. 6.

On a :

$$\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{\alpha, \beta} = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_1 \cos \alpha \cos \beta \quad (8)$$

Nota : La flexibilité dynamique directe du mode 1 est celle que l'on mesure lorsque les directions de l'effort et de la mesure du mouvement vibratoire coïncident avec la direction propre du mode 1.

Elle est représentée par $\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_1$ ce qui équivaut à $\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{0,0}$ — flexibilité observée pour $\alpha = \beta = 0$.

Le facteur $(\cos \alpha \cos \beta)$ représente donc le facteur de direction dans un plan. Il peut être positif ou négatif. Pour une valeur donnée de l'angle $(\beta - \alpha)$, ce facteur devient négatif lorsque la direction b se trouve dans la zone hachurée (fig. 5a).

Si l'on introduit une direction arbitraire de référence x on a (fig. 5b) :

$$\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{\alpha, \beta} = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1 \quad (8a)$$

Pour une structure à n modes on peut écrire :

$$(T_M)_{\alpha, \beta} = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{\alpha, \beta} = \sum_1^n \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_i \cos \alpha_i \cos \beta_i \quad (8b)$$

où α et β sont les angles que forment avec la direction de référence x , l'effort d'excitation et la direction normale à la surface en cours d'usinage, α_i et β_i sont les angles que forment l'effort et la normale avec la

direction propre du mode i , $\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_i$ est la flexibilité dynamique directe du mode i .

Le système vibrant d'une machine-outil souvent ne peut pas être réduit à un système plan. Le facteur de direction pour un mode situé dans l'espace, peut être défini de façon suivante :

Soit un plan de référence et une direction de référence x dans ce plan. L'effort qui excite le

mode 1 est donné par l'expression (fig. 5c) :

$$P_{\alpha, \gamma} = \vec{P} (\cos \gamma \cos \alpha_1 \cos \theta_1 + \sin \gamma \sin \theta_1) \quad (8c)$$

avec γ - l'angle d'inclinaison de l'effort sur le plan de référence,

α - l'angle entre la projection de l'effort sur ce plan et la direction de référence x

θ_1 - l'angle d'inclinaison de la direction du mode 1 sur le plan de référence,

α_1 - l'angle entre les projections sur le plan de référence des directions du mode 1 et de l'effort.

Les vibrations mesurées sont données par l'expression :

$$\vec{x}_{\beta, \delta} = \vec{x} (\cos \theta_1 \cos \beta_1 \cos \delta + \sin \theta_1 \sin \delta) \quad (8d)$$

avec δ - l'angle d'inclinaison de la direction de mesure sur le plan de référence,

β - l'angle entre la projection de la direction de mesure sur ce plan et la direction de référence x ,

β_1 - l'angle entre les projections sur le plan de référence des directions du mode 1 et de la mesure.

D'où :

$$\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{(\alpha, \gamma), (\beta, \delta)} = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_1 [(\cos \gamma \cos \alpha_1 \cos \theta_1 + \sin \gamma \sin \theta_1) (\cos \theta_1 \cos \beta_1 \cos \delta + \sin \theta_1 \sin \delta)] \quad (8e)$$

L'expression entre parenthèses représente le facteur de direction à trois dimensions.

Dans le cas particulier où $\gamma = \delta = 0$, le facteur de direction se réduit à :

$$\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{(\alpha, 0), (\beta, 0)} = \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1 \cos^2 \theta_1 \quad (8f)$$

Pour une structure à n modes on peut écrire :

$$\left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_{(\alpha, \gamma), (\beta, \delta)} = \cos \gamma \cos \delta \sum_1^n \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}}\right)_i \cos^2 \theta_i (\cos \alpha_i + \tan \gamma \tan \theta_i) (\cos \beta_i + \tan \delta \tan \theta_i) \quad (8g)$$

La flexibilité dynamique d'un mode est entièrement définie par la rigidité statique k , le rapport « pulsation ω de l'effort d'excitation/pulsation propre ω_0 » et l'amortissement d .

La connaissance de la flexibilité dynamique et de la direction dans l'espace de n modes d'une structure, est suffisante pour déterminer son comportement dynamique, lorsqu'on connaît la direction normale à la surface en cours d'usinage et la direction de l'effort.

Le schéma fonctionnel de la machine est présenté à la fig. 6.

2.1.2. Considérations pratiques sur les directions de $\vec{x}$ et de $\vec{P}$.

La direction normale à la surface en cours d'usinage pour certaines machines est connue. Ainsi, pour un tour parallèle, c'est une horizontale dont la composante axiale joue en général un rôle faible dans le comportement de la machine.

Cette direction est fixe pour la rectification plane ou cylindrique entre pointes; elle fait un tour complet lors de l'opération d'alésage. Dans le cas d'une aléreuse le calcul de la stabilité doit donc être

effectué pour une direction $\vec{x}$ pour laquelle la flexibilité de la structure est maximale.

Dans le cas du fraisage, la direction $\vec{x}$ change d'un usinage à l'autre et elle change aussi au cours d'un usinage (car le nombre de dents en prise n'est pas infini).

L'angle entre $\vec{x}$ et $\vec{P}$ dépend des paramètres d'usinage, mais souvent on le fixe pour les calculs à 60° . Il semble préférable de choisir sa valeur d'après des mesures dynamométriques. On peut toutefois objecter que la mesure dynamométrique lors du broutement est difficile et que la méconnaissance de la direction réelle de la composante dynamique de l'effort de coupe lors de la coupe instable est telle que la valeur de 60° est aussi bonne qu'une autre.

Mais quels que soient les problèmes de l'usinage, à la base du calcul se trouve la caractéristique de la machine. Or, ni le nombre de modes, ni leurs directions propres, ni leurs flexibilités ne sont connus a priori. L'étude du comportement dynamique d'une machine-outil a pour but de les déterminer.

2.1.3. Détermination des modes vibratoires

Les constructions graphiques de la limite de stabilité de coupe sont moins fastidieuses que le calcul analytique. Elles se basent sur les courbes expérimentales de T_M d'une part et les formes analytiques de T_U d'autre part.

Ce procédé évite la décomposition d'un système vibrant complexe en systèmes élémentaires; il n'est donc pas nécessaire de connaître le modèle mathématique d'une machine-outil. De toute façon, même après la décomposition en systèmes élémentaires, le calcul à la main d'une structure à plus de deux degrés de liberté est pratiquement impossible. La décomposition d'une courbe de flexibilité en modes vibratoires n'exige pas la connaissance des systèmes élémentaires qui composent la structure étudiée.

La décomposition d'une courbe expérimentale

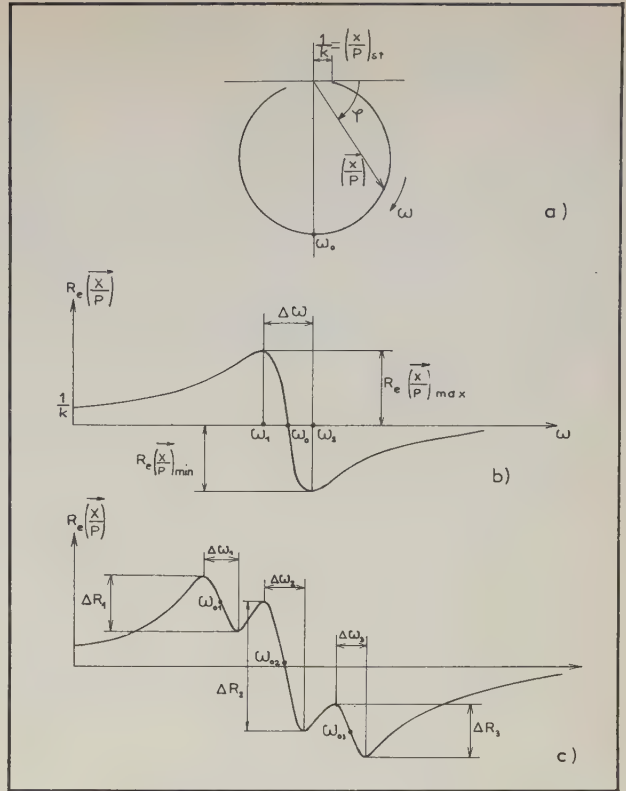


FIG. 7.

est basée sur les relations qui lient la flexibilité dynamique d'un système à un degré de liberté à ses paramètres :

Module de la flexibilité (fig. 7a) :

$$\left| \frac{\vec{x}}{\vec{P}} \right| = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2d \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad (9)$$

Argument de la flexibilité :

$$\varphi = \text{Arg} \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}} \right) = \begin{cases} - \text{Arc tg} \frac{2d \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} & \text{pour } \omega < \omega_0 \\ - \pi - \text{Arc tg} \frac{2d \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} & \text{pour } \omega > \omega_0 \end{cases} \quad (9a)$$

Partie réelle de la flexibilité :

$$\text{Re} \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}} \right) = \left| \frac{\vec{x}}{\vec{P}} \right| \cos \varphi = \frac{1}{k} \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2d \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (9b)$$

Partie imaginaire de la flexibilité :

$$\text{Im} \left(\frac{\vec{x}}{\vec{P}} \right) = \left| \frac{\vec{x}}{\vec{P}} \right| \sin \varphi = - \frac{1}{k} \frac{2d \frac{\omega}{\omega_0}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2d \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (9c)$$

La courbe de la partie réelle de la flexibilité (fig. 7b) a deux extrêmes qui correspondent aux fréquences d'excitations telles que :

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \omega_0 \sqrt{1 - 2d} \\ \omega_2 &= \omega_0 \sqrt{1 + 2d}\end{aligned}\quad (10)$$

Pour ces fréquences on a :

$$\begin{aligned}\operatorname{Re} \left(\frac{\vec{x}}{\vec{p}} \right)_{\max} &= \frac{1}{k} \frac{1}{4d(1-d)} \\ \operatorname{Re} \left(\frac{\vec{x}}{\vec{p}} \right)_{\min} &= -\frac{1}{k} \frac{1}{4d(1+d)}\end{aligned}\quad (10a)$$

Il en découle pour un mode faiblement amorti :

$$\omega_0 \approx \omega_1 + \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad (11)$$

$$d \approx \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_0} = \frac{\Delta\omega}{2\omega_0} \quad (11a)$$

$$\text{et } \frac{1}{k} \approx 2d \left[\operatorname{Re} \left(\frac{\vec{x}}{\vec{p}} \right)_{\max} - \operatorname{Re} \left(\frac{\vec{x}}{\vec{p}} \right)_{\min} \right] = 2d \Delta R \quad (11b)$$

Ces formules se trouvent à la base de la détermination des paramètres des modes d'une structure complexe d'après une courbe expérimentale (fig. 7c). L'ouverture apparente ΔR_i d'un mode i est plus faible que l'ouverture réelle de ce mode. Cet affaiblissement est dû à l'influence des autres modes : celle-ci peut être calculée par la méthode des approximations successives.

2.1.4. Ambiguïté de la courbe de T_M et convention des signes.

Pour une structure complexe la courbe polaire (dite de Nyquist) n'est pas obligatoirement comprise entre 0 et $-\pi$ si la direction de l'effort n'est pas confondue avec la direction normale à la surface (direction de la mesure du déplacement). La fig. 8 représente un système à deux modes perpendiculaires. La direction d'excitation et la direction de la normale ainsi que leur sens sont choisis de telle façon que

$$\cos \alpha_1 \cos \beta_1 > 0 \quad \cos \alpha_2 \cos \beta_2 < 0 \quad (12)$$

d'où la courbe polaire correspondante (fig. 8b).

Ce cas présente un certain intérêt théorique : S. Kato démontre (10) que pour que l'instabilité soit possible lors de l'usinage d'une surface vierge (absence de régénération), il faut que l'effort dynamique soit déphasé par rapport à la variation de l'épaisseur du copeau.

On démontrera plus loin que cette condition nécessaire en général, n'est plus nécessaire lorsque la fonction T_M coupe l'axe réel négatif.

On voit aussi que si l'on change le sens de $\vec{x}$ en gardant celui de $\vec{p}$ les facteurs de direction changent leurs signes :

$$\cos \alpha_1 \cos \beta_1 < 0 \quad \cos \alpha_2 \cos \beta_2 > 0 \quad (12a)$$

La courbe de flexibilité qui en résulte (fig. 8c) est celle de la fig. 8b ayant subi une rotation de l'angle π .

Il est à noter que la courbe de la fig. 8b présente $\left(\frac{\vec{x}}{\vec{p}} \right)_{st}$ positif uniquement parce que l'on a admis

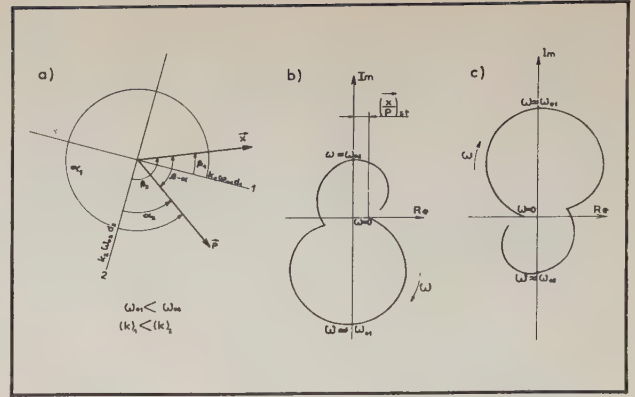


FIG. 8.

pour les rigidités : $(k)_1 < (k)_2$. Dans le cas contraire $\left(\frac{\vec{x}}{\vec{p}} \right)_{st}$ serait négatif. Il en résulte une ambiguïté de l'angle π quant à la courbe T_M . Cette ambiguïté ne peut pas être levée par les considérations sur la valeur $\left(\frac{\vec{x}}{\vec{p}} \right)_{st}$.

Si l'on considère une structure à un seul mode vibratoire le problème de sens est résolu par l'évidence : le sens de $\vec{x}$ doit être tel que $\left(\frac{\vec{x}}{\vec{p}} \right)_{st}$ soit positif. Une structure à n modes nécessite une convention des signes.

Convention des signes : Sur la fig. 3a on a déjà présenté les sens respectifs corrects de $\vec{p}$ et de $\vec{x}$:

Si l'on considère l'effort de coupe qui s'exerce sur l'outil comme étant positif, le sens positif de la normale à la surface est celui dirigé du centre de la pièce usinée vers l'outil (ou de la pièce vers le centre de l'outil, si celui-ci est de révolution).

2.1.5. Détermination des directions propres et des rigidités statiques des modes vibratoires.

On a vu plus haut (paragraphe 2-1-3.) que l'on peut déterminer ω_0 , d et k de différents modes vibratoires de la structure étudiée, à partir d'une courbe expérimentale de la partie réelle de sa flexibilité dynamique. Mais une seule courbe expérimentale ne suffit pas pour définir les directions propres des modes vibratoires. De plus, la flexibilité statique $\left(\frac{1}{k} \right)_i$ d'un mode i (déterminée d'après une courbe), même après les corrections éliminant l'influence des autres modes, ne représente pas a priori la vraie flexibilité du mode i . Ceci est dû au fait que les directions d'excitation et de mesure ne coïncident pas dans le cas général avec la direction propre d'un mode donné.

Si tous les modes se situent dans un même plan, il faut dans le cas général trois courbes expérimentales pour déterminer leurs directions propres et leurs rigidités statiques. Au cas où les directions propres des modes vibratoires ne se trouvent pas dans un même plan, cinq courbes sont nécessaires.

(A suivre.)

Dynamique de la machine-outil

6^e partie (1)

Théorie du broutement

II. - Théorie mathématique du broutement (suite)

par Frédéric Mirski (2)

Nous avons publié dans de précédents numéros (3) le début de la théorie du broutement, où l'auteur commence par examiner le phénomène de façon générale.

Puis, il aborde la théorie mathématique avec un aperçu historique et la description physique du phénomène d'instabilité de coupe. Il passe ensuite à l'étude mathématique proprement dite, dont la suite apparaît ci-dessous.

2-2. - Fonction de transfert T_u

On a écrit précédemment (7) :

$$\vec{\Delta P} = b \left(k_1 \vec{\Delta S} + k_2 \frac{\vec{\dot{x}}}{R\Omega} \right)$$

Pour pouvoir définir T_u il faut exprimer Δs en fonction du mouvement vibratoire. D'après la fig. 3a on voit que (compte tenu du sens positif de $\vec{x}$) :

$$\overset{\rightarrow}{\Delta s_t} = \overset{\rightarrow}{s_t} - s_0 = -(\overset{\rightarrow}{x_t} - \overset{\rightarrow}{x_{t-\tau}}) \quad (13)$$

où τ représente le temps d'une révolution ou le temps de passage de deux dents successives (pour un outil multi-dents).

On remarque que la figure 3a représente le phénomène de coupe de façon fort stylisée. En réalité le copeau se déforme au voisinage de la zone de contact avec l'outil. Celui-ci rencontre donc un copeau déformé dont l'épaisseur est différente de l'épaisseur du métal enlevé.

Il est difficile de juger a priori de l'importance de cette simplification et de son incidence sur la précision pratique d'un critère de stabilité basé sur la relation (13). Il semble qu'une réponse satisfaisante à cette question ne peut être obtenue qu'après une analyse approfondie des phénomènes physiques ayant lieu dans le plan (ou la zone) de cisaillement du copeau.

2.2.1. Coefficient de recouvrement des traces.

On introduit en général dans la relation (13) le coefficient de recouvrement des traces μ (fig. 9a) :

$$\Delta s_t = -(\bar{x}_t - \mu \bar{x}_{t-\tau}) \quad (13a)$$

Étant donné que l'avance en tournage est géné-

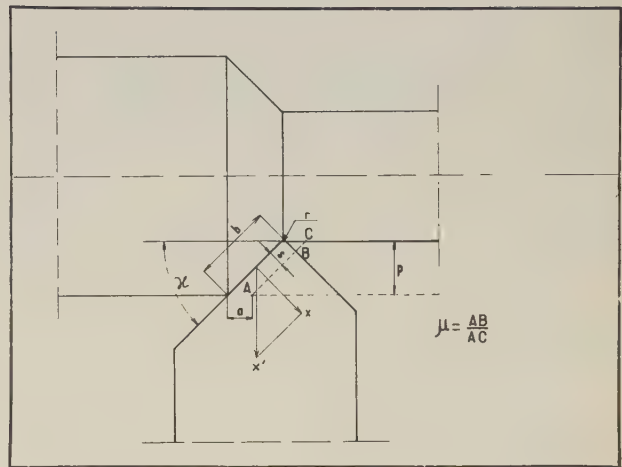


FIG. 9 a.

ralement plus faible que le rayon d'arrondi τ de l'outil, μ ne peut guère être considéré comme étant différent de l'unité. En filetage il n'y a pas de recouvrement des traces, dont $\mu = 0$. Mais en même temps il semble difficile de considérer la surface de travail comme étant vierge et parfaite. Il faudrait donc introduire dans ce cas dans la relation (13a) une fonction d'état de surface. Cette surface ayant été usinée sur la même machine, au passage précédent de l'outil, on peut écrire :

$$\vec{\Delta s}_t = -(\vec{x}_t - \mu \vec{x}_{t-\tau'}) \quad (13b)$$

avec τ' le temps entre deux passages successifs de l'outil par le même endroit, μ - rapport des largeurs du copeau de deux passages.

On remarque toutefois que la signification physique de $x_{t-\tau}$ et $x_{t-\tau'}$ est différente. Entre deux passages successifs de l'outil il y a un temps mort, pendant lequel le système peut revenir à son état d'équilibre. La fonction $x_{t-\tau'}$ décrit donc l'état de surface tel que l'outil le rencontre au temps t . La

(1) Voir « La Machine-Outil française », n° 257 et 259 à 266, octobre et décembre 1969, janvier à août-septembre 1970.

(2) Docteur-Ingénieur au Centre d'Études et de Recherches de la machine-outil.

(3) N° 265 à 267, juin à août-septembre 1970.

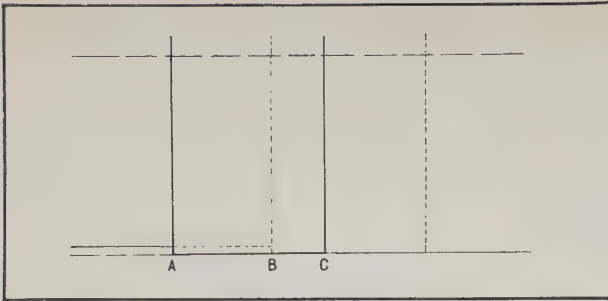


FIG. 9 b.

largeur du copeau pouvant être différente d'un passage à l'autre il est difficile d'admettre que le système se trouve à la limite de stabilité aussi bien au temps $t - \tau'$ qu'au temps t .

La figure 9b représente l'opération de rectification. La meule de largeur $\overline{AC}$ enlève un copeau de largeur $\overline{AB}$.

Si l'on fait abstraction du contact de la meule avec le métal précédemment usiné (segment $\overline{BC}$), on a :

$$\mu = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC} - \overline{BC}} = 1$$

La variation de l'épaisseur du copeau peut être exprimée par une des deux relations suivantes :

$$\Delta s = - (\vec{x}_t - \vec{x}_{t-\tau'}) \quad (13c)$$

où τ' est le temps entre deux passages successifs de la meule par le même endroit,

$$\Delta s = - (\vec{x}_t - \vec{x}) \quad (13d)$$

où $\vec{x}$ est une fonction qui décrit l'état de surface avant usinage.

Il résulte de cette analyse que l'introduction du coefficient de recouvrement des traces dans l'équation (13) n'a pas de grande importance pratique puisque μ est toujours très proche ou égal à 1.

Il n'en est pas de même si on considère μ comme un coefficient de l'effet de régénération. En effet, la fonction $\vec{x}_{t-\tau'}$ peut avoir une amplitude plus faible que $\vec{x}_t$. Dans ce cas on pourrait admettre $|\vec{x}_{t-\tau'}| = |\vec{x}_t|$ (condition nécessaire pour qu'on puisse utiliser l'appareil mathématique propre à la limite de stabilité), et écrire ensuite :

$$\Delta s = - (\vec{x}_t - \mu \vec{x}_{t-\tau'}) \quad (13e)$$

où μ exprime le rapport réel des amplitudes.

Si la surface à gauche du point A (fig. 9b) n'a pas encore été rectifiée, on peut admettre que $\vec{x}$ est une fonction aléatoire à large bande. La fréquence de $\vec{x}_t$ y étant comprise, on admet (pour la composante de $\vec{x}$ ayant cette fréquence)

$$|\vec{x}| = |\vec{x}_t|$$

et on peut écrire pour tenir compte de la différence de leurs amplitudes réelles :

$$\Delta s = - (\vec{x}_t - \mu \vec{x}) \quad (13f)$$

Il est évident que ce que l'on appelle coefficient

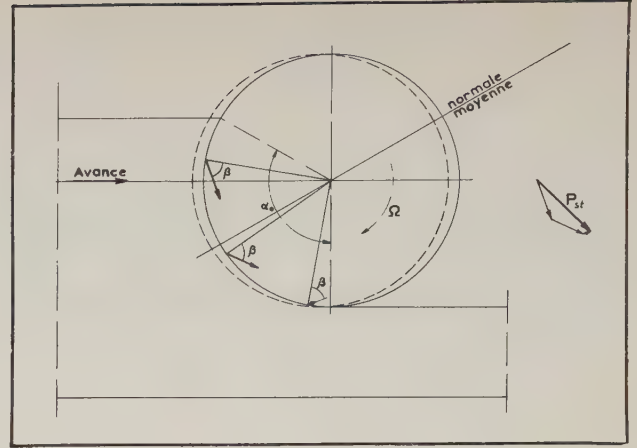


FIG. 10 a.

de recouvrement des traces doit être appelé coefficient de l'effet de régénération (ou taux de régénération). Dans un cas particulier les deux notions peuvent être semblables, dans le cas général la deuxième a une signification plus large et plus juste. La confusion qui caractérise ce problème est imputable à ce qu'on oublie souvent la signification physique de μ et ceci à cause de son nom mal approprié. Ce coefficient a été introduit pour permettre de tenir compte de l'intensité de l'effet de régénération et non pour exprimer des relations géométriques entre dimensions du copeau ou de l'outil.

2.2.2. Variation de l'épaisseur du copeau et mouvement vibratoire.

Lorsqu'on écrit $\Delta s = - (\vec{x}_t - \vec{x}_{t-\tau})$ on considère les vibrations suivant la normale à la surface en cours d'usinage. Or, la direction de la normale dépend de l'angle de l'outil α pour le tournage, de la position de la pièce par rapport à l'outil lors du fraisage, etc.

2.2.2.1. Tournage.

Si l'on considère que les modes importants pour la stabilité de coupe, ont des directions propres qui se situent dans un plan perpendiculaire à l'axe de la pièce, on peut écrire (fig. 9a)

$$\Delta s = - (\vec{x}'_t - \vec{x}'_{t-\tau}) \cos \alpha \quad (13g)$$

et la fonction de transfert « machine » T_M sera relevée dans un plan normal à l'axe de la pièce. La machine peut brouter évidemment lors de la coupe orthogonale ($\alpha = 90^\circ$). Mais la largeur critique du copeau est dans ce cas très supérieure à ce qu'elle est lors du chariotage avec $\alpha < 90^\circ$ et ce cas étant moins critique a une importance pratique moindre.

2.2.2.2. Relation entre l'effort dynamique et la variation de l'épaisseur du copeau en fraisage.

Les relations entre ΔP et Δs , et Δs et $\vec{x}$ pour les outils multi-dents sont plus complexes que les relations que l'on a écrites jusqu'à présent. D'une part les positions relatives des dents par rapport aux directions des modes sont différentes d'une dent à

et pour le second :

$$\begin{aligned}
 (\Delta s)_m &= |\vec{x}| \frac{1}{\alpha_0} \left[- \int_{-\frac{\alpha_0}{2}}^{\alpha - \frac{\pi}{2}} \cos(\alpha - \alpha') d\alpha' \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\alpha - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\alpha_0}{2}} \cos(\alpha - \alpha') d\alpha' \right] \\
 (\Delta P_1)_m &= bk_1 |\vec{x}| \frac{1}{\alpha_0} \left[- \int_{-\frac{\alpha_0}{2}}^{\alpha - \frac{\pi}{2}} \cos(\alpha - \alpha') \cos \alpha' d\alpha' \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\alpha - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\alpha_0}{2}} \cos(\alpha - \alpha') \cos \alpha' d\alpha' \right] \\
 (\Delta P_2)_m &= bk_1 |\vec{x}| \frac{1}{\alpha_0} \left[\int_{-\frac{\alpha_0}{2}}^{\alpha - \frac{\pi}{2}} \cos(\alpha - \alpha') \sin \alpha' d\alpha' \right. \\
 &\quad \left. - \int_{\alpha - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\alpha_0}{2}} \cos(\alpha - \alpha') \sin \alpha' d\alpha' \right]
 \end{aligned} \quad (15a)$$

(α' étant l'angle variable d'intégration et $|\vec{x}|$ — l'amplitude des vibrations).

On a encore :

$$\begin{aligned}
 (\Delta P)_m &= bk_1 (\Delta s)_m f(\alpha_0, \alpha) = \sqrt{(\Delta P_1)_m^2 + (\Delta P_2)_m^2} \\
 \operatorname{tg} \Delta \beta &= \frac{(\Delta P_2)_m}{(\Delta P_1)_m} \\
 \beta' &= \beta + \Delta \beta
 \end{aligned} \quad (16)$$

Les résultats de calcul pour les deux cas sont donnés ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 1) \quad (\Delta s)_m &= |\vec{x}| \frac{\sin \frac{\alpha_0}{2}}{\frac{\alpha_0}{2}} \cos \alpha \\
 (\Delta P_1)_m &= \frac{1}{2} bk_1 |\vec{x}| \left(1 + \frac{\sin \alpha_0}{\alpha_0} \right) \cos \alpha \\
 (\Delta P_2)_m &= \frac{1}{2} bk_1 |\vec{x}| \left(1 - \frac{\sin \alpha_0}{\alpha_0} \right) \sin \alpha
 \end{aligned} \quad (17)$$

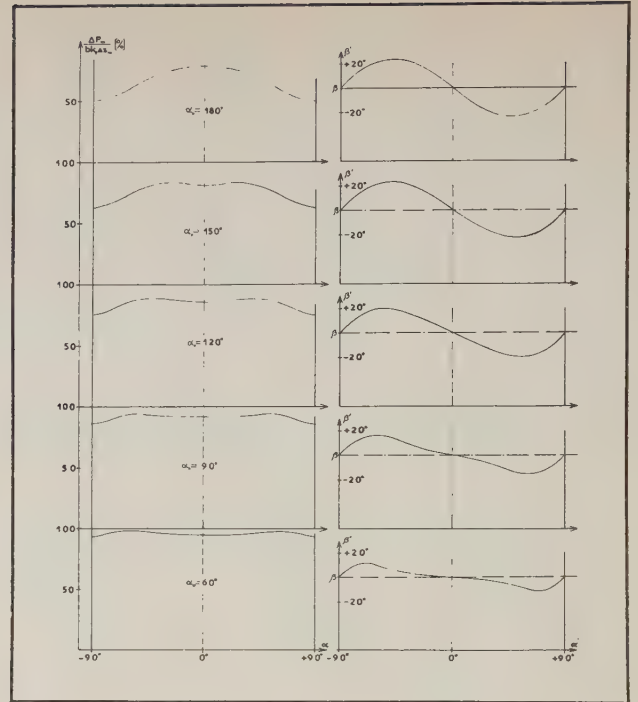


FIG. 12.

$$\begin{aligned}
 (\Delta P)_m &= \frac{1}{2} bk_1 |\vec{x}| \\
 &\quad \sqrt{\left(1 + \frac{\sin \alpha_0}{\alpha_0} \right)^2 - 4 \frac{\sin \alpha_0}{\alpha_0} \sin^2 \alpha}
 \end{aligned} \quad (17) \text{ (suite)}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad (\Delta s)_m &= |\vec{x}| \frac{1 - \cos \frac{\alpha_0}{2} \sin \alpha}{\frac{\alpha_0}{2}} \\
 (\Delta P_1)_m &= bk_1 |\vec{x}| \frac{1}{\alpha_0} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \cos \alpha + \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \sin \alpha \right] \\
 (\Delta P_2)_m &= bk_1 |\vec{x}| \frac{1}{\alpha_0} \left[\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \sin \alpha - \cos^2 \frac{\alpha_0}{2} \cos \alpha \right] \\
 (\Delta P)_m &= bk_1 |\vec{x}| \frac{1}{\alpha_0} \\
 &\quad \sqrt{\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)^2 - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \cos \alpha_0 \sin 2\alpha - \cos \alpha_0 \sin^2 \alpha + \cos^4 \frac{\alpha_0}{2}}
 \end{aligned} \quad (17a)$$

La figure 12 représente la variation du module du rapport $(\Delta P)_m / (bk_1 |\vec{x}|)$ et de l'angle β' (entre la direction de $(\Delta P)_m$ et la normale moyenne) en fonction de l'angle de contact α_0 et de la direction des vibrations (l'angle α par rapport à la normale moyenne).

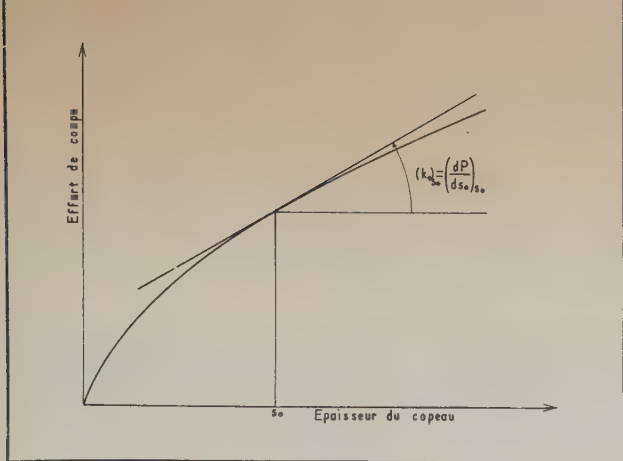


FIG. 13.

Si l'on considère une structure à plusieurs modes vibratoires (possédant donc plusieurs directions de vibrations), la trajectoire du mouvement vibratoire d'un point de cette structure est une ellipse. La direction instantanée des vibrations (angle α) varie alors de l'angle 2π au cours d'une période vibratoire. La figure 12 représente donc la variation du rapport $\Delta P/\Delta s$ et de l'angle entre ΔP et la normale moyenne pendant le temps d'une période.

Si la fonction $\left(\frac{\Delta P}{\Delta s}\right)$ est considérée comme une constante pour une dent elle est variable pour un usinage où plusieurs dents sont en prise.

Sans préjuger de la validité pratique (vu les hypothèses admises) du calcul effectué on en déduit qu'il est difficile d'admettre a priori que le rapport $(\Delta P)_m/k_1 b (\Delta s)_m$ est égal à 1 et que $\beta' = \beta$.

L'analyse basée sur des hypothèses moins restrictives nécessiterait l'utilisation de moyens de calcul plus poussés et de nombreuses vérifications expérimentales. Ce problème sort du cadre du présent exposé (voir par exemple [23] et [30]).

2.2.3. Détermination des valeurs des coefficients k_1 et k_2 .

Il a déjà été écrit plus haut que le coefficient k_1 peut être déterminé approximativement d'après la courbe statique $P(s_0)$ — figure 13. Il est évident que pour pouvoir l'affirmer catégoriquement il faut avoir des preuves que la relation entre la variation de l'effort de coupe et la variation de l'épaisseur du copeau est en régime dynamique la même qu'en régime statique. De telles preuves n'existent pas mais les preuves du contraire non plus.

Étant donné que l'appareil mathématique se rapporte à un régime limite de l'usinage stable, on peut admettre la validité d'une telle méthode de détermination de la valeur de k_1 . Le coefficient de

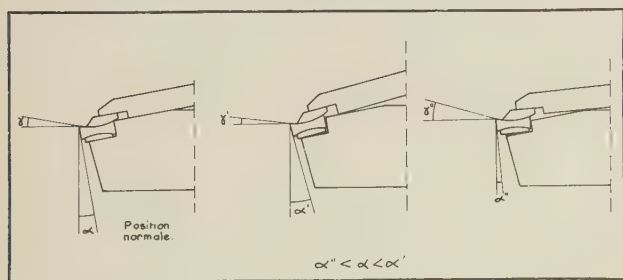


FIG. 14.

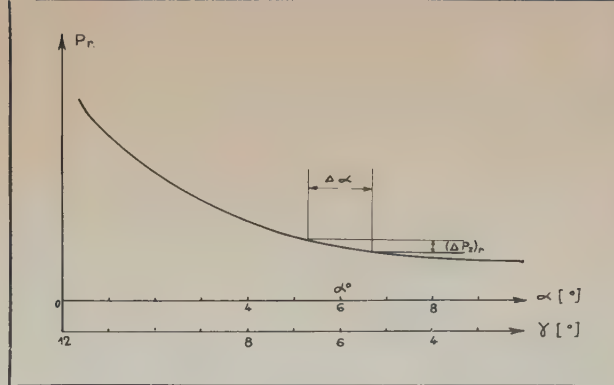


FIG. 15. — Variation de l'effort radial en fonction des angles de coupe et de dépouille.

l'effet de variation des angles effectifs de coupe et de dépouille k_2 peut être déterminé approximativement à l'aide d'un outil dynamométrique à plaquette perdue (démontable).

On obtient la variation statique des angles de coupe et de dépouille en modifiant la position de la plaquette sur son support — figure 14.

D'après la figure 15 on a :

$$k_2 = \frac{(\Delta P_2)_r}{(\Delta \alpha)_r} = - \frac{(\Delta P_2)_r}{(\Delta \gamma)_r} \quad (18)$$

avec $(\Delta \alpha)_r$ et $(\Delta \gamma)_r$ projection de la variation des angles sur la direction radiale.

$$\text{Ce qui donne : } k_2 \approx \frac{(\Delta P_2)_r}{\Delta \alpha \cdot \cos \alpha} \quad (18a)$$

Cette méthode de détermination du coefficient k_2 nécessite toutefois des moyens dynamométriques très perfectionnés.

On constate que la relation entre P_r et α (ou γ) n'est pas linéaire. On est donc amené à considérer la variation de l'effort radial due à des petites variations des angles α et γ autour de leur valeur nominale. La mesure se ramène donc à la recherche de la dérivée d'une courbe expérimentale. L'imprécision de mesure augmente alors proportionnellement au rapport « valeur absolue/variation relative ».

Il semble que la mesure correcte du coefficient k_2 ne puisse être entreprise de façon efficace qu'à l'aide d'un dynamomètre à quartz à trois directions. Ce type de dynamomètres offre la possibilité d'annuler électroniquement l'interaction des voies de mesure.

On peut aussi remarquer que si les vibrations radiales engendrent une variation des angles effectifs de coupe et de dépouille, il en est de même pour les vibrations tangentielles (fig. 4c). La relation (6) doit en réalité s'écrire :

$$\Delta P_2 = k_2 b \frac{\vec{X}}{R\Omega + \dot{Y}} \quad (19)$$

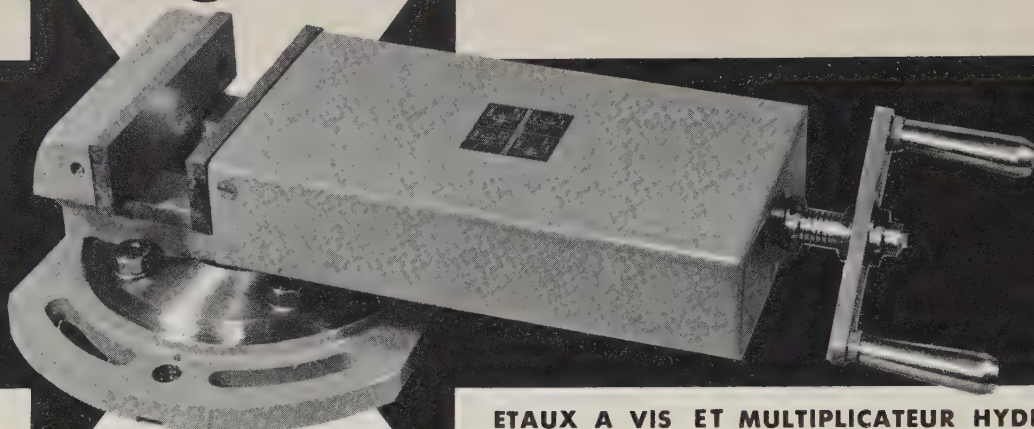
Le phénomène est donc en réalité moins linéaire encore que ne le montre la figure 15.

Bien que le raisonnement conduisant à l'utilisation des coefficients statiques de coupe pour la définition d'une limite de stabilité semble être tout à fait correct, il est souvent contesté.

On peut en donner la raison suivante : le processus de coupe, même assez éloigné de la limite de stabilité, n'est pas exempt de vibrations de faible amplitude. Celles-ci, sans être nuisibles par elles-mêmes à la qualité de l'usinage, peuvent changer le mécanisme de la coupe. D'où l'intérêt de l'étude du comportement du métal coupé en présence de vibrations.

(A suivre)

**serrage
hydraulique
inégalable**



**ETAUX
PERRIN**

Chez votre fournisseur d'outillage et à :

ETAUX A VIS ET MULTIPLICATEUR HYDRAULIQUE

Effort 10 fois moindre à serrage égal.
Serrage contrôlable.
Puissance maximum beaucoup plus élevée.
Fabrication tout acier.
Précision.

LA MÉCANIQUE DE SURESNES
H. PERRIN Ing. A. & M. - 58, Rue Pasteur, 92 SURESNES - 506.18-24

Veuillez m'adresser gracieusement et sans engagement votre documentation Etaux HD

NOM ADRESSE
FIRME TÉL.

nouveau



type SHB



type SMB

Distributeurs 15 à 300 l/mn - 350 bar :

Régulateurs de débit 3 voies et limiteur de pression asservi incorporés.

Commande manuelle ou électrique.

Possibilité de régler le débit par potentiomètre.

Possibilité d'accouplement jusqu'à 5 corps.

Débit indépendant de la pression.

ASHYDRO ★

8, Passage Roche - 93 - Pantin - Tél. : 845.04.00

Agent pour la France de GL HYDRAULIK.

COMPOSANTS, ÉQUIPEMENTS et INSTALLATIONS HYDRAULIQUES

Dynamique de la machine-outil

6^e partie (1)

Théorie du broutement

II. Théorie mathématique du broutement (suite)

par Frédéric Mirski (2)

Nous avons publié dans de précédents numéros (3) le début de la théorie du broutement, où l'auteur commence par examiner le phénomène de façon générale.

Puis, il aborde la théorie mathématique avec un aperçu historique et la description physique du phénomène d'instabilité de coupe. Il passe ensuite à l'étude mathématique proprement dite, dont la suite apparaît ci-dessous.

2.3. Schéma fonctionnel de T_u et critère de stabilité

D'après les relations (7) et (13a) on a :

$$\Delta P_t = b \left[-k_1 (x_t - \mu x_{t-\tau}) + k_2 \frac{\dot{x}_t}{R\Omega} \right] \quad (20)$$

Cette relation est considérée comme relation de base pour l'étude du phénomène d'instabilité de coupe.

Si l'on tient compte des travaux de S. Doi et S. Kato d'une part et de M. E. Elyasberg d'autre part, il faut y introduire un déphasage supplémentaire entre $\vec{\Delta P}$ et $\vec{\Delta s}$:

$$\Delta P_{t+\tau_1} = b \left[-k_1 (x_t - \mu x_{t-\tau}) + k_2 \frac{\dot{x}_t}{R\Omega} \right] \quad (21)$$

avec $\tau_1 = \frac{k_3}{R\Omega}$ — le retard de l'effort sur les vibrations (inversement proportionnel à la vitesse de coupe).

La transformation de Laplace donne :

$$T_u = \frac{\Delta P(p)}{x(p)} = be^{\frac{-k_3}{R\Omega} p} \left[-k_1 (1 - \mu e^{-\tau p}) + \frac{k_2}{R\Omega} p \right] \quad (22)$$

p étant une variable complexe.

Le schéma fonctionnel de T_u est présenté fig. 16a et le schéma complet d'une machine-outil lors de la coupe fig. 16b.

La transmittance de ce système est $\frac{x(p)}{P_{\text{pert}}}$ où P_{pert} est un effort extérieur qui provoque le déclenchement des vibrations.

On a : $\Delta P'(p) = P_{\text{pert}} + \Delta P(p)$

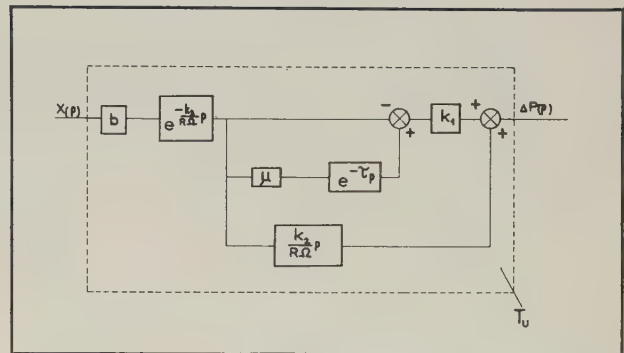


FIG. 16 a

$$T_M = \frac{x(p)}{\Delta P'(p)}$$

$$T_u = \frac{\Delta P(p)}{x(p)}$$

D'où

$$\frac{x(p)}{P_{\text{pert}}} = \frac{T_M}{1 - T_u T_M} =$$

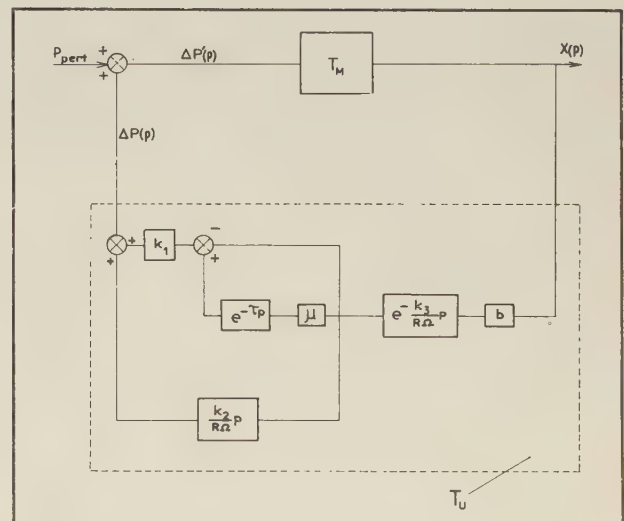


FIG. 16 b

(1) Voir « La Machine-Outil française », N°s 257, et 259 à 268, octobre et décembre 1969, janvier à octobre 1970.

(2) Docteur-Ingénieur au Centre d'Études et de Recherches de la machine-outil.

(3) N°s 265 à 268, juin à octobre 1970.

$$1 + b e^{-\frac{k_s}{R\Omega} p} \left[k_1 (1 - \mu e^{-\tau p}) - \frac{k_2}{R\Omega} p \right] T_M \quad (23)$$

Soit $T_o = -T_u T_M$ — la transmittance du système en chaîne ouverte. Un système linéaire avec boucle de réaction est stable si toutes les racines de son équation caractéristique $1 + T_o = 0$ ont leurs parties réelles négatives.

Si l'une ou plusieurs racines ont leurs parties réelles positives, le système est instable.

Un système se trouve à la limite de stabilité si aucune de ses racines n'a de partie réelle positive, et qu'il existe une de ces racines dont la partie réelle est nulle.

On peut donc admettre qu'à la limite de stabilité

$$p = j \omega \text{ avec } j = \sqrt{-1}$$

On obtient

$$1 + b e^{-j \frac{k_s}{R\Omega} \omega} \left[k_1 (1 - \mu e^{-j \omega \tau}) - j \frac{k_2}{R\Omega} \omega \right] T_M(j\omega) = 0 \quad (24)$$

L'exposant $\omega \tau$ représente le déphasage entre les vibrations au temps t et au temps $(t - \tau)$, on peut donc poser

$$\omega \tau = 2 \pi \frac{\omega}{\Omega} = \psi \quad (25)$$

(Pour un outil multidentés on a $\psi = \frac{2\pi \omega}{n \Omega}$ avec n le nombre de dents).

D'autre part, ω n'étant pas, dans le cas général, un multiple entier de Ω , on pose

$$\omega = n \Omega (m + \varepsilon) \quad (25a)$$

avec m un nombre entier

et $m + \varepsilon$ un nombre fractionnaire

$$\text{d'où} \quad \psi = 2\pi (m + \varepsilon) \quad (25b)$$

et la condition de la limite de stabilité s'écrit :

$$1 + b e^{-j \frac{k_s}{R} (n m + \varepsilon)} \left[k_1 (1 - \mu e^{-j 2\pi (m + \varepsilon)}) - j \frac{k_2}{R} n (m + \varepsilon) \right] T_M(j\omega) = 0 \quad (25c)$$

2.3.1. Schéma fonctionnel de H. E. Merritt

Dans la note historique on a mentionné le schéma fonctionnel du broutement présenté par H.E. Merritt.

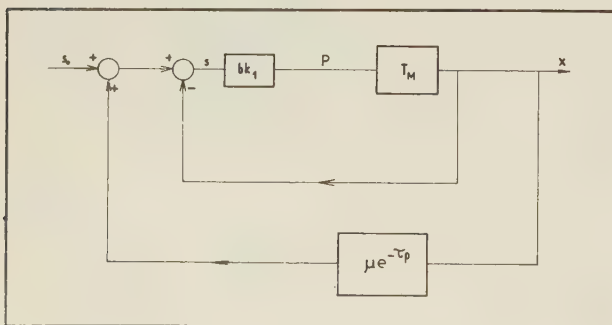


FIG. 17

La structure de ce schéma (fig. 17) est très intéressante car elle met en évidence deux boucles de réaction : boucle primaire et boucle du retard (dite de l'effet de régénération).

On voit bien que le coefficient μ est considéré ici comme un coefficient de l'effet de régénération.

3. Détermination graphique de la limite de stabilité de la coupe

On doit la première construction graphique à J. P. Gurney et S. A. Tobias [11]. Leur méthode est jusqu'à présent la seule qui permette de tenir compte de l'effet de variation des angles. Elle a été rendue un peu moins longue à mettre en œuvre grâce à un cercle-abaque gradué en ε , de P. Vanherck et J. Peters [15]. H. E. Merritt [16] a complété la méthode de Gurney et Tobias pour $\mu \neq 1$ et il a aussi proposé une méthode particulière (voir description des méthodes) dont le défaut est qu'elle ne peut pas tenir compte de l'effet de la variation des angles.

La nouvelle méthode que l'on propose ici est basée sur le principe de multiplication des vecteurs. Elle semble être plus rapide que la méthode de Gurney et Tobias.

3.1. Construction graphique basée sur la multiplication des vecteurs (4)

3.1.1. Représentation de $(1 - \mu_1 e^{-j\psi})$

Dans le plan complexe, le lieu géométrique des vecteurs $(1 \pm \mu e^{\pm j\psi})$ ayant μ constant, est un cercle de rayon μ , centré sur le point $(1, j0)$.

Soient les vecteurs (fig. 18a)

$$\vec{OA} = e^{j\psi}$$

et

$$\vec{OO'} = 1$$

$$\text{on a :} \quad \vec{OB} = e^{-j\psi} = e^{j(2\pi - \psi)} \quad (26)$$

$$\vec{OA'} = -\vec{OB} = -e^{-j\psi} = e^{j\psi'} \quad (26a)$$

Si on considère ψ et ψ' positifs on a :

$$\psi' = \begin{cases} \pi - \psi + 2\pi m & \text{pour } 0 + 2\pi m \leq \psi \leq \pi + 2\pi m \\ 3\pi - \psi + 2\pi m & \text{pour } \pi + 2\pi m \leq \psi \leq 2\pi + 2\pi m \end{cases} \quad (26b)$$

Étant donné que (25b)

$$\psi = 2\pi (m + \varepsilon)$$

On obtient

$$\psi' = \begin{cases} 2\pi (0,5 - \varepsilon) & \text{pour } 0 \leq \varepsilon \leq 0,5 \\ 2\pi (1,5 - \varepsilon) & \text{pour } 0,5 \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases} \quad (26d)$$

d'où

$$\vec{OA'} = \vec{OO'} + \vec{OA} = \begin{cases} 1 + e^{j2\pi(0,5 - \varepsilon)} & \text{pour } 0 \leq \varepsilon \leq 0,5 \\ 1 - e^{-j\psi} = 1 + e^{j2\pi(1,5 - \varepsilon)} & \text{pour } 0,5 \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases} \quad (26d)$$

(4) La méthode de multiplication des vecteurs a été élaborée en 1967 par l'auteur en collaboration avec J.-F. Imbert, alors élève ingénieur des Arts et Métiers et stagiaire au Cermo.

Cette méthode étant une des originalités de l'étude du phénomène du broutement effectuée au Cermo, J.-F. Imbert est porté comme co-auteur du mémoire [31] présenté par le Cermo à l'Assemblée Générale du Cirp en 1969 à Genève et de l'étude [34] présentée à l'Assemblée Générale du Cirp en 1970 à Turin.

J.-F. Imbert prépare actuellement une thèse de doctorat à l'Institut de Technologie de Californie (note de l'auteur).

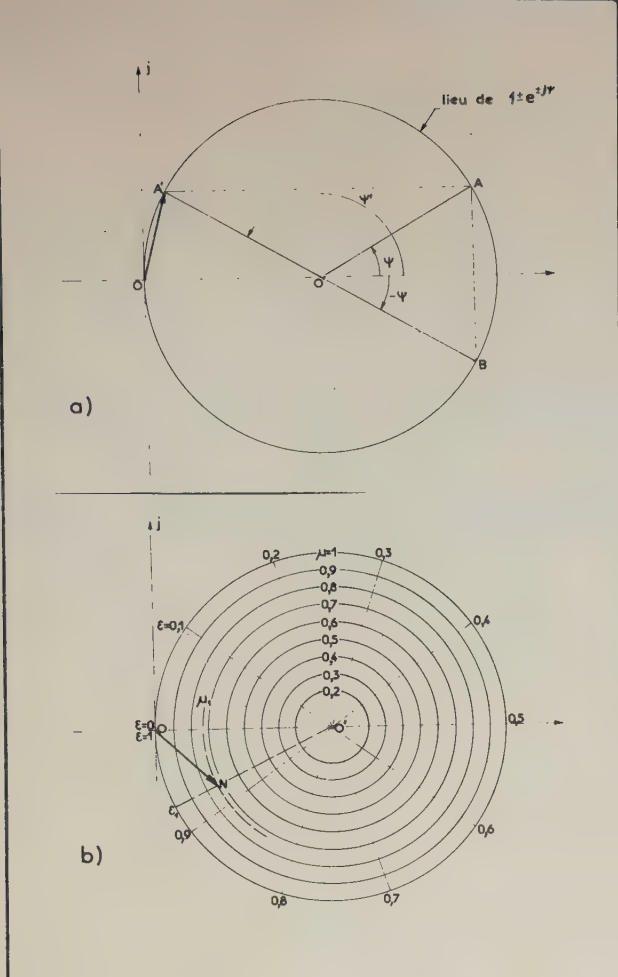


FIG. 18 a et 18 b

Le cercle $(1 - e^{-j\psi})$ peut donc être gradué en ϵ (fig. 18b), de même que toute la famille des cercles $(1 - \mu e^{-j\psi})$. Le vecteur $\overline{ON}$ est donc la représentation graphique du vecteur $(1 - \mu_1 e^{-j2\pi\epsilon_1})$.

La valeur de ϵ (ϵ_1) est déterminée par le rayon $\overline{ON}$.

3.1.2. Principe de la construction graphique

Soit T_M — fig. 19 — la courbe expérimentale de la flexibilité d'une machine-outil, pour des directions données d'excitation et de mesure. Si sur cette machine on effectue un usinage tel que la première de ces directions coïncide avec la direction de l'effort et la seconde avec la direction de la normale à la surface en cours d'usinage, la courbe expérimentale fournit des renseignements quant à la stabilité de cette opération d'usinage (conditions expérimentales correspondant aux conditions de coupe).

En effet, le système se trouve à la limite de stabilité lorsque $T_0 = -1$ et il est stable pour toute transmittance T_0 telle que sa courbe représentative coupe l'axe réel à droite du point $(-1, j0)$.

Le principe de la construction peut être expliqué sur un système simplifié ($k_2 = k_3 = 0, \mu = 1$) :

On admet $T_u = b k_1 (1 - e^{-j\psi})$ (27) et donc à la limite de stabilité :

$$b k_1 (1 - e^{-j\psi}) T_M(j\omega) = -1 \quad (27a)$$

Il en résulte que le produit des deux vecteurs $(1 - e^{-j\psi})$ et $T_M(j\omega)$, doit être un nombre réel négatif.

Soient deux vecteurs $a e^{j\phi}$ et $b e^{j\psi}$

Pour que leur produit soit réel négatif, il faut que $\phi + \psi = \pi$.

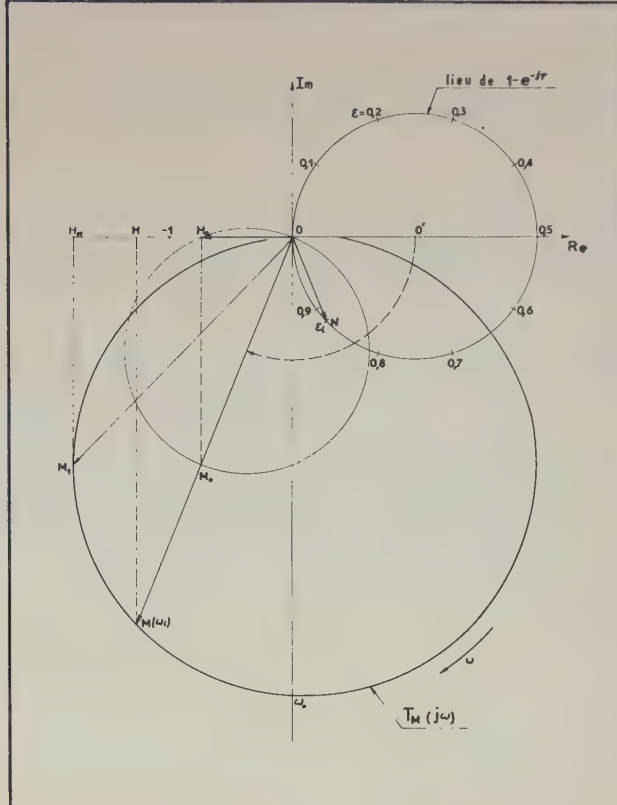


FIG. 19

Si l'on pose donc $\phi = \frac{\pi}{2} + \alpha$, on a pour ψ : $\psi = \frac{\pi}{2} - \alpha$.

Il en résulte que le produit de deux vecteurs est réel négatif si les vecteurs sont disposés symétriquement par rapport à l'axe imaginaire du plan complexe.

Sur la fig. 19 on a tracé en plus de la courbe T_M , le lieu de la fonction $(1 - e^{-j\psi})$ — cercle centré sur le point O' .

Soit $\overline{OM}$ — vecteur représentatif de T_M pour une pulsation ω ; on en déduit le vecteur $\overline{ON} = 1 - e^{-j2\pi(m+\epsilon)}$ et le point N détermine la valeur correspondante de ϵ ($\epsilon = \epsilon_1$).

3.1.3. Détermination de $(b k_1)_{lim}$

Si on fait tourner le cercle $(1 - e^{-j\psi})$ autour du point O de telle façon que son centre se trouve sur le vecteur $\overline{OM}$, on voit que (fig. 19) :

$$|\overline{OH}_0| = |\overline{ON}|$$

Le vecteur $\overline{OH}_0$ est la projection de $\overline{OM}_0$ sur l'axe réel. Soit le point H projection du point M sur ce même axe.

$$\text{On a : } \frac{|\overline{OM}|}{|\overline{OH}|} = \frac{|\overline{OM}_0|}{|\overline{OH}_0|} \quad (28)$$

$$|\overline{OM}| \cdot |\overline{ON}| = |\overline{OM}| \cdot |\overline{OH}_0| = |\overline{OM}_0| \cdot |\overline{OH}| \quad (28a)$$

$$\text{et } |\overline{OM}_0| = 2$$

$$|\overline{OH}| = -\text{Re}(\overline{OM}) \text{ — partie réelle du vecteur } \overline{OM}.$$

D'autre part la condition de limite de stabilité demande que $b k_1 \cdot |\overline{OM}| \cdot |\overline{ON}| \leq 1$ (module de -1) donc pour atteindre la limite de stabilité il faut que l'amplification $b k_1$ soit égale à :

$$(b k_1)_{lim} = -\frac{1}{2 \text{Re}(\overline{OM})} \quad (28b)$$

La valeur minimale de $(b k_1)_{lim}$ pour laquelle l'instabilité est encore possible est déterminée par

$\overline{OH}_M$ qui est la projection du vecteur $\overline{OM}_1$ sur l'axe réel.

$$[(bk_1)_{lim}]_{min} = - \frac{1}{2 \operatorname{Re}(\overline{OM})_{min}} \quad (28c)$$

On retrouve ainsi le critère de stabilité r_{lim} de M. Polacek et J. Tlustý

$$r_{lim} = [(bk_1)_{lim}]_{min} \quad (29)$$

Le coefficient r_{lim} est donc entièrement défini par le minimum de la partie réelle de la courbe de flexibilité dynamique de la machine-outil étudiée.

La largeur limite de copeau est liée à r_{lim} par le coefficient k_1 . Si k_1 est une constante, $(b_{lim})_{min}$ est proportionnel à r_{lim} .

Il est à souligner que lorsqu'on admet que la fréquence de broutement sera $\frac{\omega_i}{2\pi}$ (c'est-à-dire lorsqu'on

choisit le vecteur $\overline{OM}$), le vecteur $\overline{ON}$ est déjà défini. Or définir $\overline{ON}$ signifie que l'on impose la valeur de ε et de ψ donc du rapport « fréquence des vibrations / fréquence de rotation » :

$$\psi = 2\pi (m + \varepsilon) = \frac{2\pi \omega}{n \Omega} \quad (n = \text{nombre de tranchants de l'outil}).$$

Donc pour une machine donnée, travaillant dans des conditions déterminées, à chaque fréquence de rotation correspond une fréquence de broutement.

On remarque que la machine ne se trouve dans des conditions de stabilité les plus défavorables (vecteur $\overline{OM}_1$) que pour des vitesses de rotations bien définies.

Si l'argument de T_M est compris entre zéro et $-\pi$ et dans le cadre des simplifications adoptées, une opération d'usinage ne peut être instable que lorsque $0,5 < \varepsilon < 1$.

Cela ne signifie pas qu'il existe des vitesses de rotation pour lesquelles l'usinage sera toujours stable.

Mais si de telles vitesses n'existent pas, la variation de Ω peut engendrer un changement important de la largeur limite du copeau de coupe stable.

On remarque aussi que si $\mu = 0$ on a : $T_u = bk_1$ (30) et l'instabilité ne peut pas apparaître car la multiplication d'un nombre réel par un nombre complexe (T_M) ne donne pas un nombre réel.

Cela est vrai lorsque l'argument de T_M est compris entre zéro et $-\pi$, mais il a été souligné plus haut (fig. 8) que la courbe de flexibilité peut dans certains cas couper l'axe réel négatif. L'instabilité est donc possible, même lorsqu'il s'agit de l'usinage d'une surface vierge, sans qu'il soit nécessaire pour autant d'admettre l'existence d'un déphasage entre l'effort dynamique et le mouvement vibratoire (5).

La remarque ci-dessus ne concerne pas le problème même : on ne discute pas l'existence du déphasage entre l'effort dynamique et la variation de l'épaisseur du copeau. On constate uniquement que l'existence du broutement primaire ne saurait en être toujours la preuve.

Comme le montre la fig. 18b, l'expression $(1 - \mu e^{-j\psi})$ peut être représentée par une famille de cercles.

(5) S. Kato [10] affirme que la théorie qui ne tient pas compte du déphasage entre l'effort et ΔS ne peut pas expliquer l'existence du broutement primaire (sur une surface vierge). On voit que Kato n'a pas raison car dans certains cas l'apparition du broutement peut s'expliquer par la forme de la courbe de flexibilité.

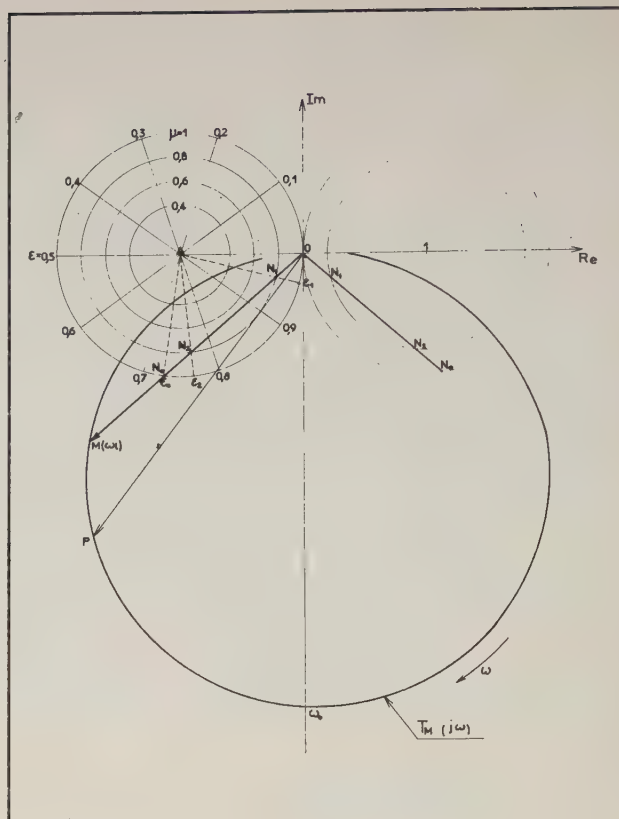


FIG. 20

Pour un μ considéré l'extrémité du vecteur $\overline{ON}$ (fig. 19) doit se trouver sur le cercle correspondant et les vecteurs $\overline{OM}$ et $\overline{ON}$ doivent être disposés symétriquement par rapport à l'axe imaginaire, quelle que soit la valeur de μ . Il en résulte que si on effectue une rotation de la famille de cercles $(1 - \mu e^{-j\psi})$ autour de l'axe imaginaire (fig. 20), les vecteurs $\overline{OM}$ et $\overline{ON}$ deviennent colinéaires.

Pour $\mu = 1$ on a

$$(bk_1)_{lim} = \frac{1}{|\overline{OM}| \cdot |\overline{ON}_0|} = \frac{1}{2 |\overline{OH}|} = \frac{1}{-2 \operatorname{Re}[T_M(\omega_i)]} \quad (31)$$

et la valeur de ε_0 est définie par le point N_0 .

Pour $\mu = 0,8$, par exemple, on a

$$(bk_1)_{lim1} = \frac{1}{|\overline{OM}| \cdot |\overline{ON}_1|} \quad (31a)$$

$$(bk_1)_{lim2} = \frac{1}{|\overline{OM}| \cdot |\overline{ON}_2|}$$

Les ε correspondant (ε_1 et ε_2) sont déterminés par les rayons $\overline{AN}_1$ et $\overline{AN}_2$.

$$\text{Étant donné que } |\overline{ON}_0| > |\overline{ON}_2| > |\overline{ON}_1| \text{ on a } (bk_1)_{lim} < (bk_1)_{lim2} < (bk_1)_{lim1} \quad (31b)$$

Pour $\mu \neq 1$ la pulsation minimale du broutement est déterminée par le vecteur $\overline{OP}$ tangent au cercle de μ donné.

(A suivre)

Dynamique de la machine-outil

6^e partie (1)

Théorie du broutement

II. – Théorie mathématique du broutement (suite)

par Frédéric Mirski (2)

Nous avons publié dans de précédents numéros (3) le début de la théorie du broutement, où l'auteur commence par examiner le phénomène de façon générale.

Puis, il aborde la théorie mathématique avec un aperçu historique et la description physique du phénomène d'instabilité de coupe. Il passe ensuite à l'étude mathématique proprement dite, dont la suite apparaît ci-dessous.

3.2. Construction graphique basée sur la comparaison des vecteurs

On a, à la limite de stabilité (si l'on pose $k_2 = k_3 = 0$) :

$$\frac{1}{\mu e^{-j\psi} - 1} = b k_1 T_M \quad (32)$$

3.2.1. Représentation de $(e^{-j\psi} - 1)^{-1}$ et détermination de $(b k_1)_{\text{lim}}$

Le lieu de $(e^{-j\psi} - 1)$ est un cercle de rayon 1 dont le centre se trouve au point $(-1, j 0)$ - fig. 21.

On a :

$$\left. \begin{aligned} \overline{OA} &= -1 \\ \overline{AP} &= e^{j\psi} = e^{j2\pi(m+\varepsilon)} \\ \overline{OP} &= e^{j\psi} - 1 \\ \text{Arg}(\overline{OP}) &= \psi' = \frac{\pi}{2} + \frac{\psi}{2} \\ \overline{OP}' &= e^{-j\psi} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

L'inverse d'un cercle centré sur l'axe réel et passant par l'origine est une droite parallèle à l'axe imaginaire :

$$\frac{1}{e^{-j\psi} - 1} = -\frac{1}{2} - j \frac{1}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\psi}{2} \right) \quad (34)$$

Soit $\overline{OM}_0$ inverse de $\overline{OP}'$

d'après (34) on a :

$$\operatorname{Arg}(\overline{OM}_0) = \frac{\pi}{2} + \frac{\psi}{2} = \psi' = \operatorname{Arg}(\overline{OP})$$

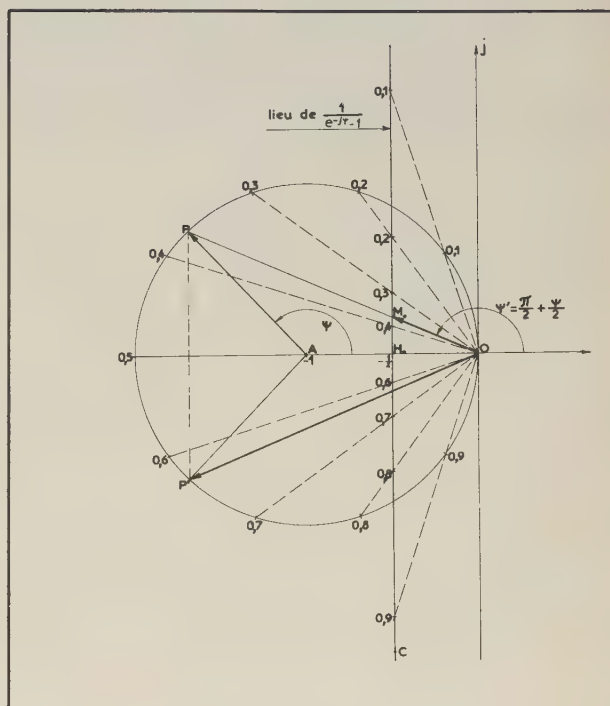


FIG. 21.

Les vecteurs $\overline{OM}_0$ et $\overline{OP}$ sont donc colinéaires, ce qui facilite la graduation de la droite HoC en ε .

En effet, ε correspondant au point P est déterminé par ψ , l'argument de $\overline{AP}$. Au point M_0 correspond évidemment le même ε qu'au point P.

La figure 22 représente la droite HoC superposée à une courbe T_M .

Soit $\overline{OM}$ le vecteur représentatif de T_M pour une pulsation ω_1 . L'intersection de ce vecteur avec la droite HoC détermine le vecteur $\overline{OM}_0$ et la valeur de ε (ε_1).

D'après la relation (32) et fig. 22, on a

$$(b k_1)_{\text{lim}} = \frac{|\overline{OM}_0|}{|\overline{OM}|} = \frac{|\overline{OH}_0|}{|\overline{OH}|} = -\frac{1}{2 \operatorname{Re}[T_M(\omega_1)]}$$

(1) Voir « La Machine-Outil française », n°s 257 et 259 à 269, octobre et décembre 1969, janvier à novembre 1970.

(2) Docteur-Ingénieur au Centre d'Études et de Recherches de la machine-outil.

(3) N°s 265 à 269.

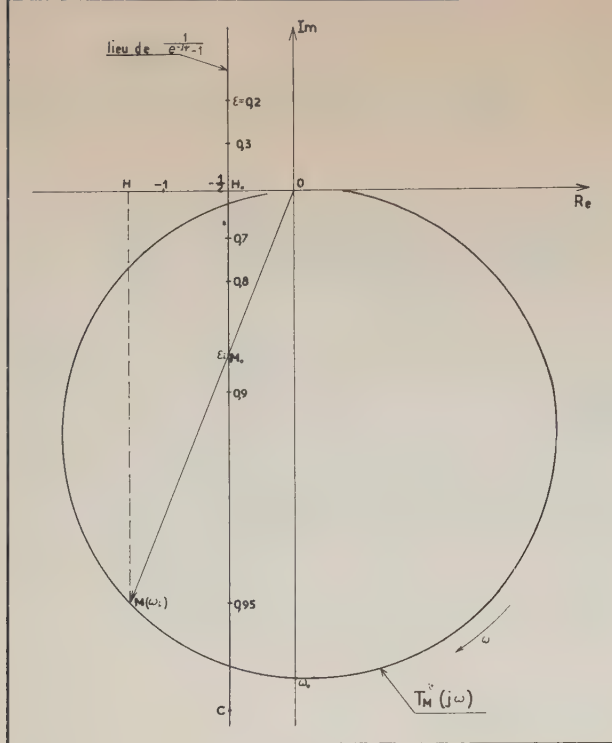


FIG. 22.

Les pulsations de rotation correspondantes sont déterminées par la relation

$$\Omega_i = \frac{\omega_i}{n(m + \epsilon_i)}$$

3.2.2. Représentation de $(\mu e^{-j\psi} - 1)^{-1}$ et détermination de $(b k_1)_{lim}$

Pour $\mu \neq 1$, l'inverse des cercles $(\mu e^{-j\psi} - 1)$ est une famille de cercles (fig. 23a) de rayon :

$$\frac{\mu}{1 - \mu^2} \quad (35)$$

et dont chacun est centré sur le point :

$$\left(-\frac{1}{1 - \mu^2}, j0 \right) \quad (35a)$$

Ces cercles peuvent être gradués en ϵ :

Soit une demi-droite issue du point $(-1, j0)$ et inclinée de l'angle $-\psi$ ou $2\pi - \psi$ (avec $\psi = 2\pi\epsilon$) sur l'axe réel - rayon AP' , fig. 21. Son inverse est une portion d'un cercle de rayon

$$\frac{1}{2|\sin \psi|} \quad (36)$$

$$\text{centré sur le point } \left(-\frac{1}{2}, j \frac{1}{2 \tan \psi} \right) \quad (36a)$$

D'après (36) et (36a) on voit qu'à deux angles ψ_1 et ψ_2

$$\text{tels que } \psi_2 = \begin{cases} \psi_1 + \pi & \text{si } \psi_1 < \pi \\ \psi_1 - \pi & \text{si } \psi_1 > \pi \end{cases} \quad (36b)$$

correspond un même cercle.

Si donc $\psi_1 = 2\pi\epsilon_1$

et $\psi_2 = 2\pi\epsilon_2$

$$\text{on a } \epsilon_2 = \begin{cases} \epsilon_1 + 0,5 & \text{pour } \epsilon_1 < 0,5 \\ \epsilon_1 - 0,5 & \text{pour } \epsilon_1 > 0,5 \end{cases} \quad (36c)$$

ce qui donne $\epsilon_1 - \epsilon_2 = \pm 0,5$

Il en résulte que la partie d'un cercle qui se trouve au-dessus de l'axe réel correspond à une valeur de ϵ plus petite que 0,5, tandis que la partie au-dessous

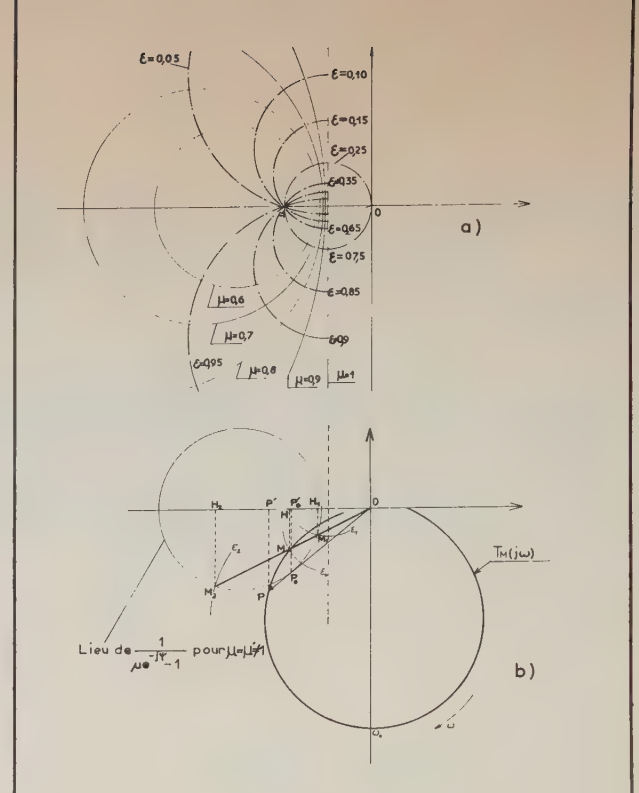


FIG. 23.

à une valeur de ϵ plus grande que 0,5, la différence entre ces deux valeurs étant égale à $\pm 0,5$.

La fig. 23b donne le principe de la détermination de la valeur limite de $b k_1$ pour une opération d'usage où μ est supposé différent de 1.

Soit OM le vecteur représentatif de la flexibilité de la machine pour une pulsation ω_1 .

Les points d'intersection de ce vecteur avec le cercle $(\mu e^{-j\psi} - 1)^{-1}$ sont M_1 et M_2 .

Les valeurs limites de $b k_1$ sont définies par

$$(b k_1)_{lim_1} = \frac{|OM_1|}{|OM|} = \frac{|\overline{OH_1}|}{|\overline{OH}|} \quad (37)$$

$$(b k_1)_{lim_2} = \frac{|OM_2|}{|OM|} = \frac{|\overline{OH_2}|}{|\overline{OH}|}$$

et les valeurs des ϵ (ϵ_1 et ϵ_2) par les cercles de ϵ constant ($\psi = \text{constant}$) passant par les points M_1 et M_2 .

La détermination d'une carte de stabilité à partir de cette construction semble être plus longue qu'à partir de la construction de la fig. 20 basée sur le principe de la multiplication des vecteurs.

3.2.3. Construction de J.P. Gurney et S.A. Tobias

Cette construction ne diffère de celle de la fig. 23 que par son esprit : au lieu d'écrire

$$\frac{1}{\mu e^{-j\psi} - 1} = b k_1 T_M$$

et de chercher les points d'intersection de ces deux fonctions, on considère la différence de deux vecteurs :

$$b k_1 T_M - \mu e^{-j\psi} b k_1 T_M = -1 \quad (38)$$

Le rapport des modules de deux vecteurs est μ .

Il en résulte que lorsque ψ varie, les extrémités des deux vecteurs se déplacent suivant un cercle défini par la valeur de μ . Ces cercles sont évidem-

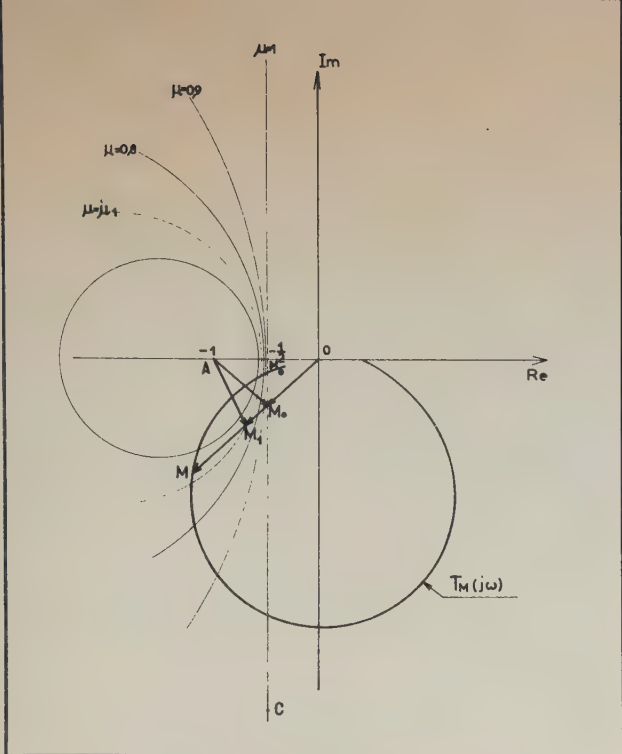


FIG. 24.

ment la représentation de la fonction $(\mu e^{-j\psi} - 1)^{-1}$. Pour $\mu = 1$ les extrémités des vecteurs se trouvent sur la droite H_0C (fig. 24)

On a :

$$\text{Pour } \mu = 1, \overline{OM}_0 = bk_1 T_M, \overline{AM}_0 = e^{-j\psi} bk_1 T_M$$

$$bk_1 = \frac{|\overline{OM}_0|}{|\overline{OM}|}$$

$$\text{Pour } \mu = \mu_1 < 1, \overline{OM}_1 = bk_1 T_M, \overline{AM}_1 = e^{-j\psi} \mu bk_1 T_M, bk_1 = \frac{|\overline{OM}_1|}{|\overline{OM}|}$$

3.2.4. Construction de H.E. Merritt

La construction de Merritt a été élaborée en fonction de l'appareillage d'enregistrement automatique disponible à l'époque (vers les années 1960-64). En effet, il a été très difficile sinon impossible de tracer directement (et de façon continue et automatique) sur une table x, y la courbe de Nyquist de T_M .

Afin de pouvoir utiliser le critère de stabilité exposé plus haut, deux possibilités se présentaient :

- soit effectuer les mesures point par point,
- soit après avoir obtenu un enregistrement automatique, retracer la courbe (point par point) de façon à obtenir le diagramme de Nyquist.

Ces deux procédés ayant été jugés par Merritt comme peu commodes, il a préféré recalculer une fois pour toutes le lieu de la fonction $(\mu e^{-j\psi} - 1)^{-1}$. L'appareillage automatique sort les signaux analogiques proportionnels au rapport « amplitude de vibration/force » (ou son logarithme) et au déphasage entre ces deux vecteurs.

H.E. Merritt a choisi la sortie logarithmique, car la multiplication par (bk_1) signifie dans ce cas le déplacement parallèle de la courbe de la valeur $\log(bk_1)$.

Le diagramme de T_M que l'on obtient pour une structure à un mode est représenté (fig. 25). L'angle φ est l'angle entre le vecteur de vibration et l'effort (fig. 7a).

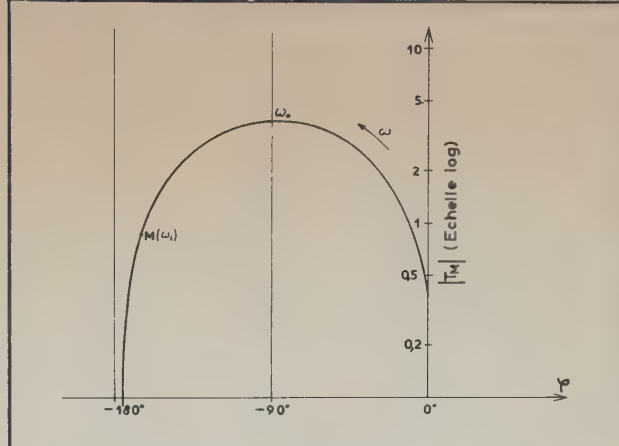


FIG. 25.

Les cercles de μ constant (fig. 26) se transforment dans les coordonnées φ, y en courbes

$$y = \log(\text{module}) = \log \frac{1}{|\cos \varphi| \pm \sqrt{\mu^2 - \sin^2 \varphi}} \quad (39)$$

$$\text{pour } \mu = 1, \text{ on a } y = \log \frac{1}{2 |\cos \varphi|} \quad (39a)$$

Ces courbes sont symétriques par rapport à l'axe vertical $\varphi = -180^\circ$, et toute courbe pour $\mu \neq 1$ est symétrique par rapport à l'axe horizontal

$$y_0 = \log \frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} \quad (39b)$$

On a : pour $\mu \neq 1$,

$$y_{\max} = \log \frac{1}{1 - \mu}, \quad y_{\min} = \log \frac{1}{1 + \mu} \quad (39c)$$

pour $\mu = 1$, $y_{\min} = \log 0.5 = -0.301$ et la courbe a deux asymptotes verticales

$$\varphi = -90^\circ \text{ et } \varphi = -270^\circ$$

pour $\mu = 0$, $y = \log 1 = 0$ (39d)

Les cercles de ε constant se transforment en courbes

$$y = \log \left| \frac{\sin(2\pi\varepsilon - \varphi)}{\sin 2\pi\varepsilon} \right| \quad (39e)$$

La figure 26 présente l'ensemble de ces courbes, appelé par H.E. Merritt « le graphique du lieu critique ».

Pour déterminer $(bk_1)_{\lim}$ et ε à une pulsation donnée (point M — fig. 25) et pour une valeur

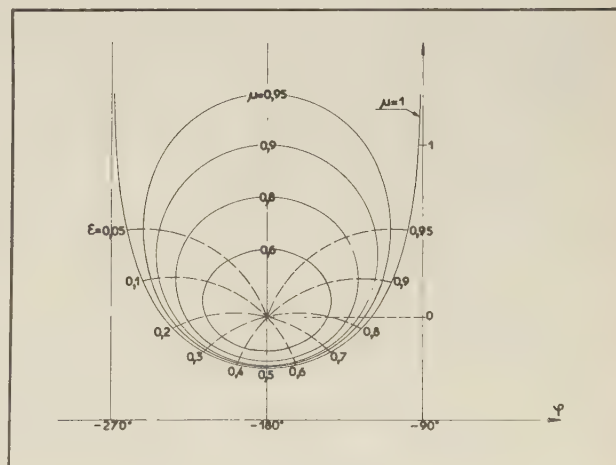


FIG. 26.

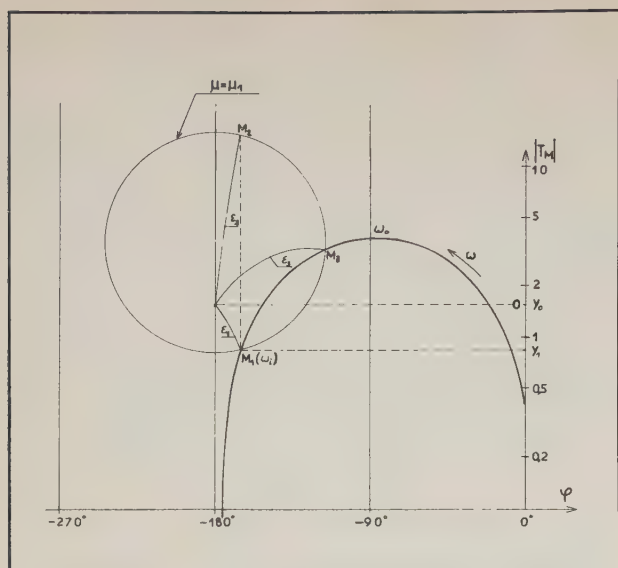


FIG. 27.

donnée de μ , on superpose les deux graphiques (l'un des deux étant exécuté sur papier transparent) de la manière suivante : on fait coïncider les axes des ordonnées des deux graphiques et on fait glisser l'un d'eux jusqu'à ce que le point M se trouve sur le lieu critique (pour μ considéré). On constate qu'il existe deux positions relatives des graphiques

(points M_1 et M_2) répondant à cette opération et qui correspondent à deux valeurs de ε (ε_1 et ε_2) et de $(bk_1)_{lim}$, pour chaque valeur de ω_i (fig. 27).

Lorsqu'on choisit une de ces deux positions relatives on a néanmoins deux points d'intersections : M_1 et M_3 . Ces deux points correspondent à deux fréquences différentes de broutement.

Soit y_1 la valeur de l'ordonnée du point M_1 . Après la superposition de deux graphiques, l'ordonnée 0 sur le graphique du lieu critique se trouve superposée à une valeur y_0 sur l'axe des ordonnées du graphique de T_M .

$$\text{On a : } (bk_1)_{lim} = \frac{1}{y_1 \cdot y_0} \quad (40)$$

(si l'axe des ordonnées du graphique de T_M , ayant une échelle logarithmique, est gradué en valeurs du module de T_M et non en valeurs de son logarithme).

Il est à noter que maintenant on dispose d'appareils qui délivrent des signaux analogiques proportionnels à la partie réelle et à la partie imaginaire de la fonction T_M . L'enregistrement automatique du diagramme polaire sur une table x, y est donc possible et on peut utiliser directement la construction de la fig. 20.

3.3. Détermination de la carte de stabilité

D'après la définition, on a pour la vitesse de rotation :

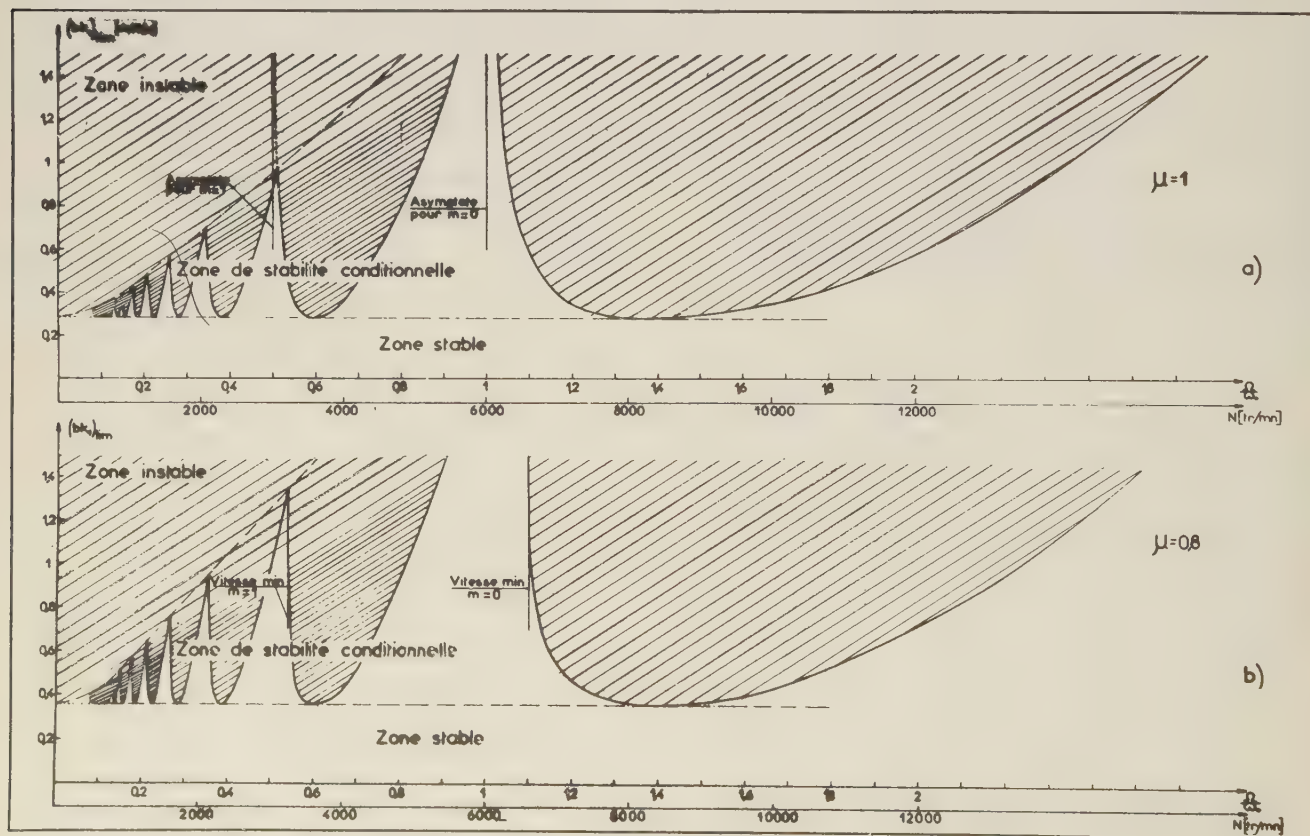


FIG. 28.

$$N [\text{tr/min}] = \frac{60}{2\pi} \Omega = \frac{60}{2\pi n} \frac{\omega}{m + \varepsilon} = \frac{60}{n} \frac{f}{m + \varepsilon} \quad (41)$$

où n est le nombre de dents pour un outil multi-dents, ω et f pulsation et fréquence du broutement (à la limite de son apparition),

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Pour un outil donné et pour une valeur de μ considérée, la fréquence du broutement aura la valeur de f_1 pour plusieurs vitesses de rotation ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Si l'on trace donc un graphique dans les coordonnées N et $(bk_1)_{\text{lim}}$, à une valeur déterminée en ordonnée correspondent plusieurs valeurs en abscisses.

On procède de façon suivante :

section avec le cercle (point No — fig. 20) et une valeur de ε ($\varepsilon = \varepsilon_0$).

Les vitesses de rotation correspondantes sont

$$N_1 = \frac{60}{n} \frac{f_1}{m + \varepsilon_0} \quad (41a)$$

Lorsque f_1 tend vers f_0 (fréquence propre = $\frac{\omega_0}{2\pi}$) ε_0 tend vers 1 et $(bk_1)_{\text{lim}}$ vers l'infini. Il en résulte plusieurs asymptotes définies par la relation

$$(N_m)_{\text{asym}} = \frac{60}{n} \frac{f_0}{m + 1} \quad (42)$$

Pour $\mu \neq 1$, il n'existe pas d'asymptotes. Pour une valeur donnée de m il existe une vitesse minimale de rotation telle que :

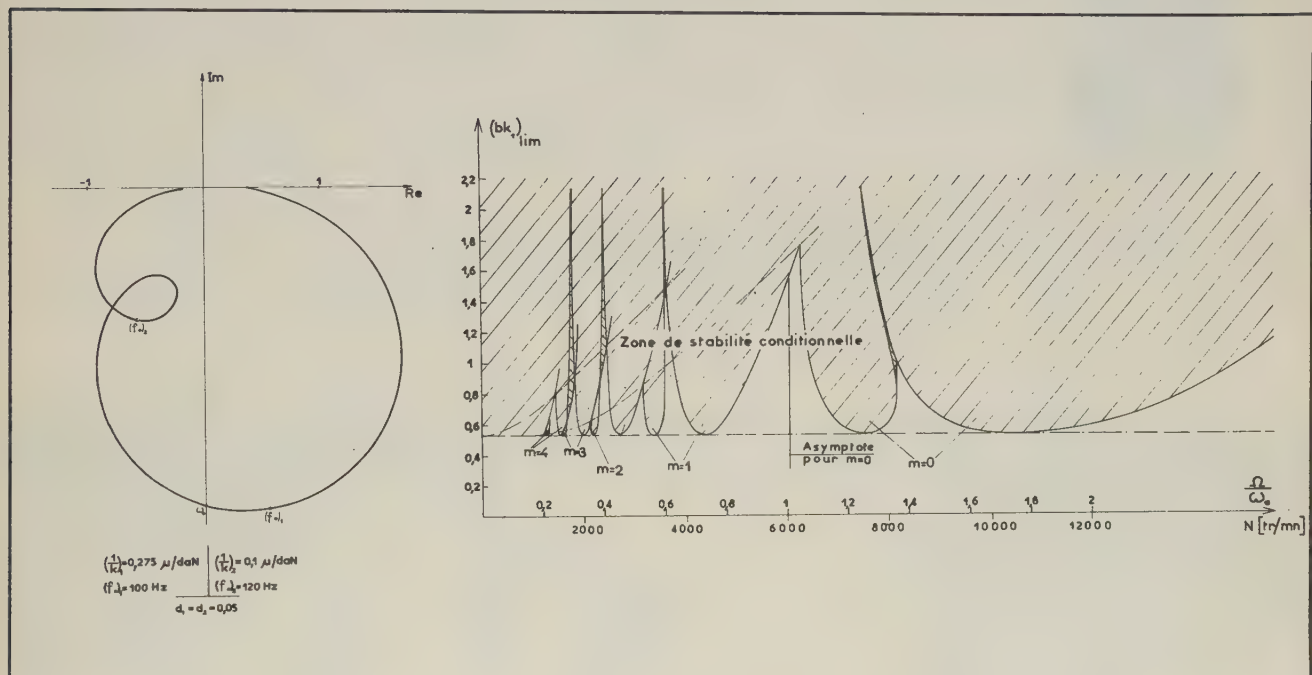


FIG. 29 a.

FIG. 29 b.

On choisit une fréquence de broutement f_1 et on trace le vecteur $\overline{OM}$ correspondant. Soit, par exemple $\mu = 0,8$.

L'intersection du vecteur $\overline{OM}$ avec le cercle de $\mu = 0,8$ (fig. 20) donne deux valeurs de ε . On peut donc calculer pour chaque valeur de $(bk_1)_{\text{lim}}$ plusieurs vitesses de rotations dont la plus grande correspond à $m = 0$ et la plus petite à la vitesse minimale raisonnable de coupe

$$\left(\text{vitesse de coupe} = R \Omega = \frac{2\pi}{60} NR \right).$$

Ces valeurs ayant été portées sur le graphique, on répète l'opération pour une valeur différente de la fréquence f .

On procède ainsi jusqu'à l'exploration suffisamment complète de la partie négative de T_M (à gauche de l'axe imaginaire).

Pour $\mu = 1$, la procédure est la même, mais à tout vecteur $\overline{OM}$ ne correspond qu'un point d'inter-

$$(N_m)_{\text{min}} = \frac{60}{n} \left(\frac{f}{m + \varepsilon} \right)_{\text{min}} \quad (42a)$$

La figure 28, représente les cartes de stabilité pour un système à un mode vibratoire et pour $\mu = 1$ (fig. a) et $\mu = 0,8$ (fig. b). On a admis pour ce mode :

$$\text{flexibilité } \frac{1}{k} = 0,375 \mu/\text{daN}$$

$$\text{amortissement } d = 0,05$$

$$\text{fréquence propre } f_0 = 100 \text{ Hz}$$

$$\text{nombre de dents } n = 1.$$

La fig. 28 montre que, pour $\mu < 1$, la zone d'instabilité inconditionnelle est plus large que pour $\mu = 1$ et que la zone de stabilité conditionnelle s'élargit lorsque la vitesse de rotation augmente [27].

La fig. 29b montre l'allure de la carte de stabilité pour un système à deux modes vibratoires dont la courbe T_M est présentée fig. 29a.

(A suivre.)



• H E L I K O N E • !

MANCHON ÉLASTIQUE

SPIRALE CONIQUE À SPIRES JOINTIVES

HOUSSE ÉLASTIQUE UNIVERSELLE

CONTRE:

SALETÉ
ROUILLE
SCIURES
SCORIES
COPEAUX
HIMIDITÉ
ABRASIFS
CALAMINE
POUSSIÈRE

INUSABLE

NE VIEILLIT PAS
OCCUPE PEU D'ESPACE
APPLICATIONS MULTIPLES
ÉCONOMIQUE ET AVANTAGEUX

PROTECTEURS POUR VIS À BILLES, BLOCS À COLONNES,
AXES CANELÉS, VÉRINS PNEUMATIQUES ET HYDRAULIQUES
TRINGLES, BAGUETTES, BÉLIERS, LANEURS DE FUSÉES,
MACHINES-OUTILS, MACHINES POUR L'ALIMENTATION ET
CONSERVERIES, APPAREILS DE PRÉCISION, OPTIQUE, ETC.

NOUVEAU !

DIMENSIONS STANDARDISÉES LIVRABLES DE STOCK

UNIQUE !

20 Avenue de Rosny
93 - NEUILLY-PLAISANCE

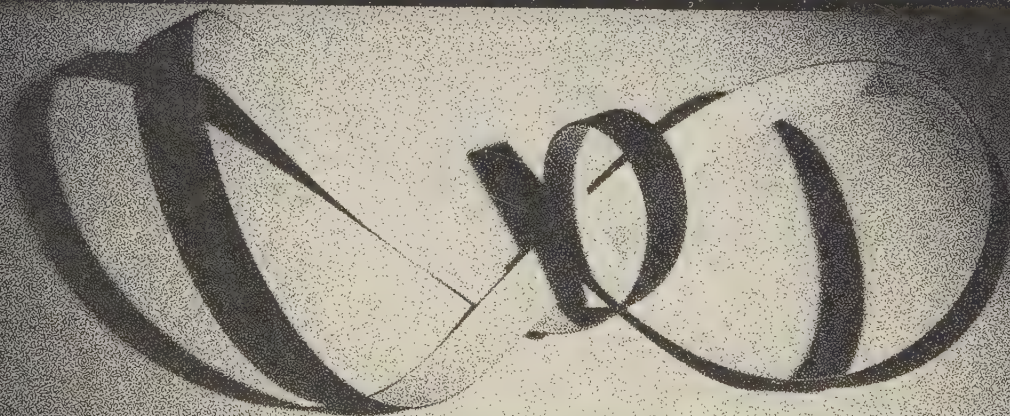
technometal

Téléph. PARIS 927.99.00
Cable: TECHNOPLAISANCE

MACHINES-OUTILS
Éléments de Construction

Ecrivez à BOITE POSTALE N° 25 - 93 NEUILLY-PLAISANCE

Spécialités Industrielles
Mécanique de Précision



quand la dynamique
se cache derrière ce symbole...

...Tanals est là, prêt à résoudre vos problèmes de transmission,
d'en étudier toutes les possibilités, ou simplement de vous docu-
menter sur sa production : courroies de transmission plates, cour-
roies trapézoïdales caoutchouc sans fin et agrafables, chaînes à
rouleaux, poulies plates, trapézoïdales à gorges multiples.

courroies, chaînes et poulies



MANUFACTURE DE COURROIES ET ACCESSOIRES TEXTILES ET INDUSTRIELS. TANALS S.A. 68 - MASEVAUX - TEL. (89) 37.40.15

Dynamique de la machine-outil

6^e partie (1)

Théorie du broutement

II. – Théorie mathématique du broutement (suite)

par Frédéric Mirski (2)

Nous avons publié dans de précédents numéros (3) le début de la théorie du broutement, où l'auteur commence par examiner le phénomène de façon générale.

Puis, il aborde la théorie mathématique avec un aperçu historique et la description physique du phénomène d'instabilité de coupe. Il passe ensuite à l'étude mathématique proprement dite, dont la suite apparaît ci-dessous.

3.4. L'effet de la variation des angles et la stabilité de l'usage.

Comme on l'a vu plus haut, l'influence de l'effet de la variation des angles sur la largeur limite de copeau de coupe stable ne semble pas être négligeable.

La construction graphique qui tient compte de l'effet de variations des angles de coupe et de dépouille est plus compliquée que les constructions décrites plus haut. La détermination d'une carte de stabilité d'une machine devient très longue et il est difficile de se passer de l'ordinateur.

Les principes de la construction graphique et de la détermination de la carte de stabilité peuvent servir de guide dans l'établissement d'un programme.

3.4.1. Construction de J.-P. Gurney et S.-A. Tobias.

Si l'on admet $k_3 = 0$, $\mu = 1$, on peut écrire, d'après (24) :

$$bk_1 \left[T_M - j \frac{k_2}{k_1 R} (m + \varepsilon) T_M \right] - bk_1 e^{-j2\pi\varepsilon} T_M = -1 \quad (43)$$

$$\text{on a pour les modules : } |e^{-j2\pi\varepsilon} T_M| = |T_M| \quad (44)$$

$$|T_M - j \frac{k_2}{k_1 R} (m + \varepsilon) T_M| = |T_M| \sqrt{1 + \left(\frac{k_2}{k_1 R} \right)^2 (m + \varepsilon)^2} \quad (44a)$$

Le vecteur $-j \frac{k_2}{k_1 R} (m + \varepsilon) T_M (\omega_1)$ est déphasé par

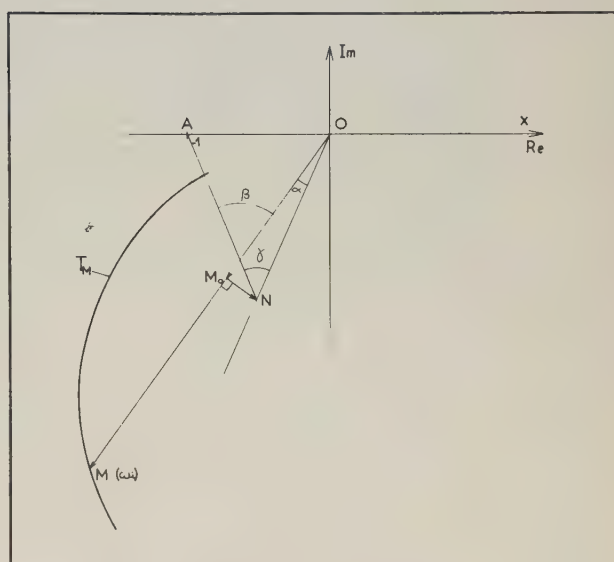


FIG. 30

rapport à $T_M (\omega_1)$ de $+\frac{\pi}{2}$ si $k_2 < 0$ et de $-\frac{\pi}{2}$ si $k_2 > 0$.

La figure 30, représente l'équation (43) pour $k_2 < 0$:

$$OA = -1, OM = T_M (\omega_1), OM_0 = bk_1 T_M (\omega_1)$$

$$M_0N = -j bk_1 \frac{k_2}{k_1 R} (m + \varepsilon) T_M (\omega_1)$$

$$AN = bk_1 e^{-j2\pi\varepsilon} T_M (\omega_1) \quad (45)$$

$$\alpha = \text{Arc tg} \left[-\frac{k_2}{k_1 R} (m + \varepsilon) \right] \quad (45 a)$$

$$\beta = 2\pi - \psi = 2\pi (1 - \varepsilon)$$

$$\text{on a donc } \gamma = \beta - \alpha = \gamma (m, \varepsilon) \quad (45 b)$$

$$\frac{|ON|}{|AN|} = \sqrt{1 + \left(\frac{k_2}{k_1 R} \right)^2 (m + \varepsilon)^2} \quad (45 c)$$

Si on admet qu'au cours d'un usinage le facteur $(k_2/k_1 R)$ reste constant, la forme du triangle OAN ne dépend que de m et de ε .

La construction graphique de détermination de $(bk_1)_{\text{lim}}$ se base sur deux évidences géométriques :

(1) Voir « La Machine-Outil française », N° 257 et 259 à 270, octobre et décembre 1969, janvier à décembre 1970.

(2) Docteur-Ingénieur au Centre d'Études et de Recherches de la machine-outil.

(3) N° 265 à 270 juin à décembre 1970.

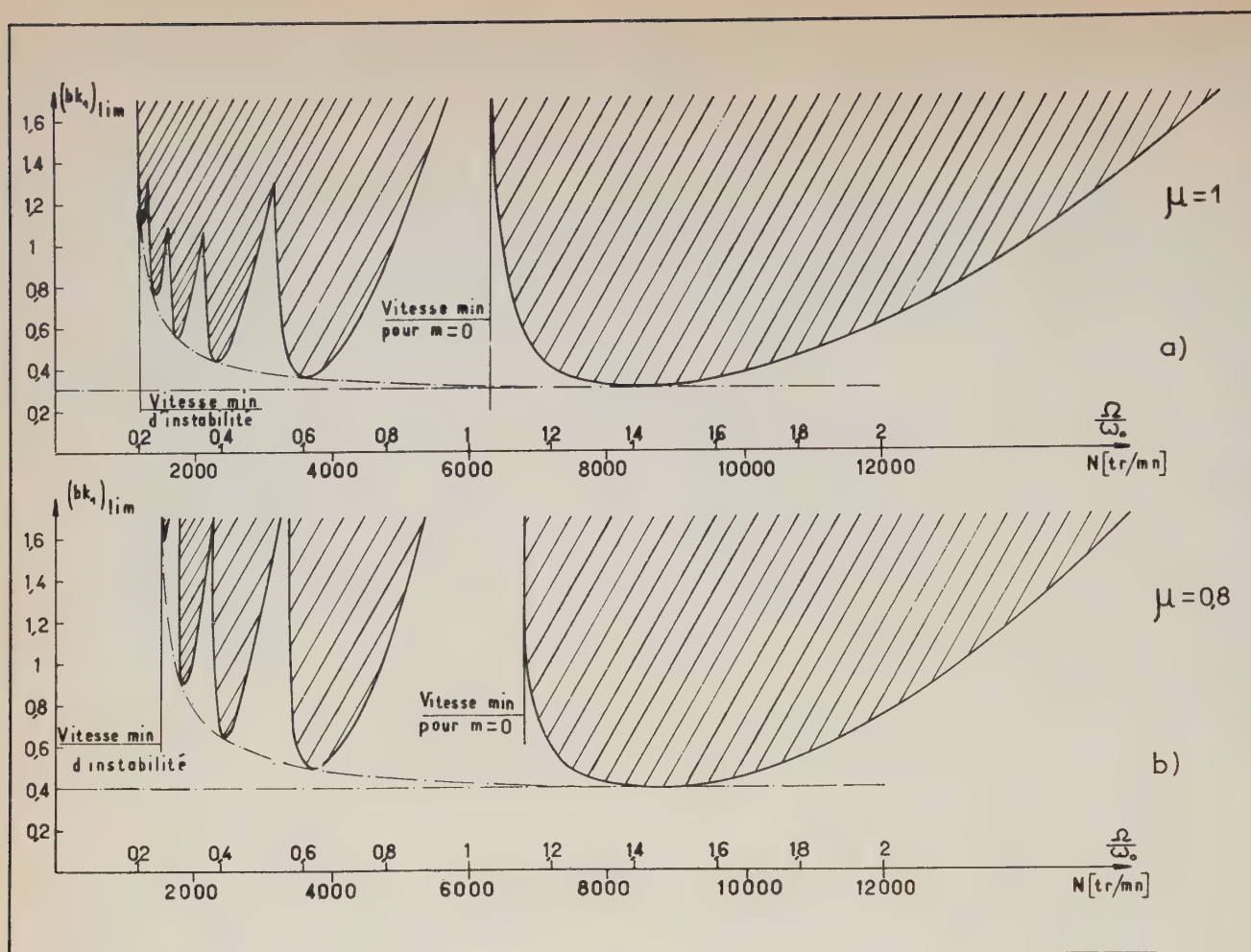


FIG. 31

1. Le lieu du sommet d'un angle constant γ basé sur un segment fixe $\overline{OA}$ est un cercle de rayon $\frac{|\overline{OA}|}{2 |\sin \gamma|}$ et centré sur le point $\left(\frac{\overline{OA}}{2}, j \frac{\overline{OA}}{2 \tan \gamma}\right)$.

2. Le lieu du sommet d'un triangle dont un côté $\overline{OA}$ est fixe et le rapport a de deux côtés est constant, est un cercle de rayon $|\overline{OA}| \frac{a}{|a^2 - 1|}$ et centré sur le point $\left(\overline{OA} \frac{a^2}{a^2 - 1}, j 0\right)$.

Pour déterminer donc la position du point N (fig. 30) on dispose de deux familles de cercles : l'une est centrée sur l'axe vertical $x = -1/2$, l'autre sur l'axe x . Chaque cercle de la première famille correspond à une valeur déterminée de l'angle γ ; chaque cercle de la seconde à une valeur du rapport des modules $|\overline{ON}| / |\overline{AN}|$.

Le point N est déterminé comme point d'intersection de deux cercles : l'un pour un γ donné, l'autre pour un rapport donné des modules.

On remarque que la première famille des cercles est identique à la famille des cercles de $\varepsilon = \text{const}$ de la construction fig. 23 a.

La seconde famille est identique à la famille des cercles pour $\mu = \text{const}$.

Tout cercle de l'abaque présenté à la figure 23a correspond donc non seulement à une valeur déterminée de ε ou de μ mais en plus à une valeur de l'angle γ ou du rapport a . Un cercle d'un ε donné correspond à un γ tel que $\gamma = 2 \pi (1 - \varepsilon)$ et un cercle d'un μ donné correspond à un cercle d'un a tel que $a = 1/\mu$.

La procédure de détermination de $(bk_1)_{lim}$ est la suivante :

1. On admet une valeur de ε .
2. On calcule les valeurs de α et de γ et du rapport a pour différents m .
3. Pour un m donné, le point N est déterminé par l'intersection du cercle du γ correspondant et du cercle de a .
4. Connaissant le vecteur $\overline{ON}$ (fig. 30) et α on trace le vecteur $\overline{OM}$ et M_0N lui perpendiculaire.
5. Le point M détermine la pulsation du broutement ω_1 .

$$\text{On a alors : } \Omega = \frac{\omega_1}{n(m + \varepsilon)}$$

$$(bk_1)_{lim} = \frac{|\overline{OM}_0|}{|\overline{OM}|}$$

Il en résulte un point sur la carte de stabilité. On voit que $(bk_1)_{lim}$ dépend maintenant non seule-

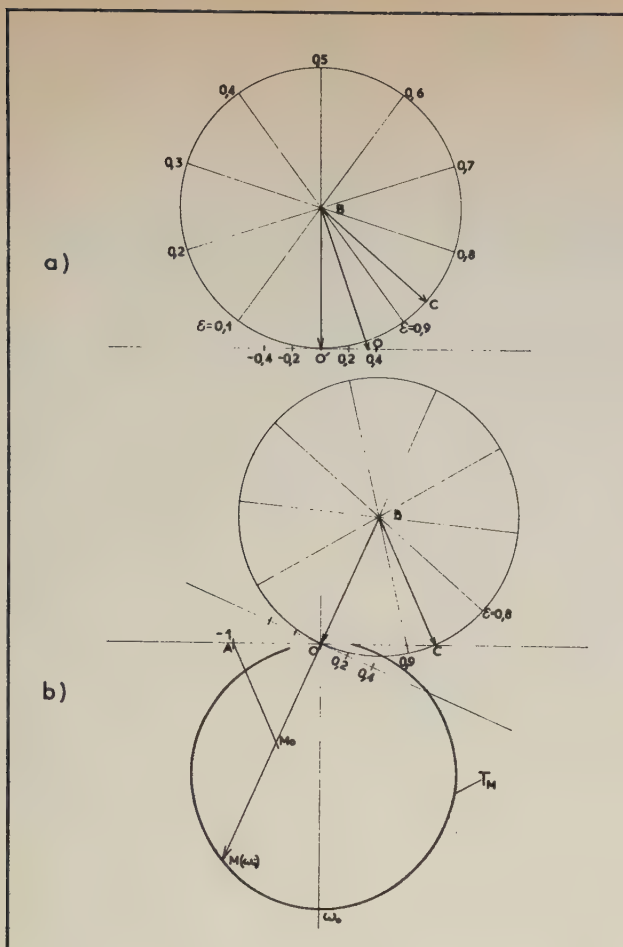


FIG. 32

ment de la valeur de ε mais aussi de m . La fig. 31 montre l'influence de variation des angles sur l'allure de la carte de stabilité.

La construction demeure la même si $\mu < 1$. La seule différence consiste dans le fait que pour déterminer la position du point N, on choisit le cercle qui correspond à $a' = a/\mu$.

3.4.2. Construction de J. Peters et P. Vanherck.

Cette construction diffère de la construction précédente par la simplicité de l'abaque à utiliser.

Par contre, cet abaque ne demeure pas fixe par rapport à l'axe réel de T_M , son inclinaison étant fonction de l'importance de l'effet de la variation des angles et de ε choisi.

Le raisonnement des auteurs est le suivant :

Les modules de x_t et de $x_{t-\pi}$ sont les mêmes : $|e^{-j2\pi\varepsilon} T_M| = |T_M|$; quel que soit donc ε , si les deux vecteurs sont issus d'un même point leurs extrémités se trouvent sur un cercle (fig. 32a).

Le vecteur $\overline{BC}$ est déphasé par rapport au vecteur $\overline{BO'}$ de $-2\pi\varepsilon$ donc de $2\pi(1-\varepsilon)$.

Pour déterminer $(bk_1)_{lim}$ sans effet de variation des angles, il suffit de superposer cet abaque avec la courbe expérimentale de T_M de façon que :

- point O' coïncide avec l'origine de T_M ,
- vecteur $\overline{O'C}$ soit superposé avec l'axe réel.

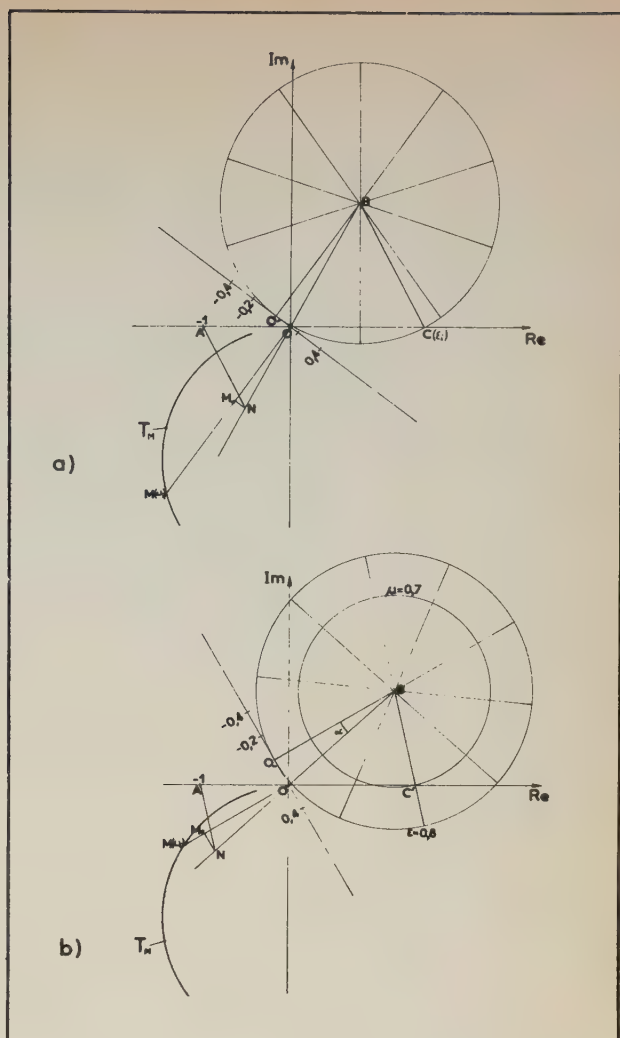


FIG. 33

On trace (fig. 32b) le vecteur $T_M = \overline{O'M}$ (colinéaire avec $\overline{BO'}$). A partir du point $(-1, j0)$ on trace le vecteur $\overline{AM_0} = bk_1 e^{-j2\pi\varepsilon} T_M$ (Parallèle à $\overline{BC}$). Leur point d'intersection M_0 détermine la valeur de

$$(bk_1)_{lim} = \frac{|\overline{O'M_0}|}{|\overline{O'M}|}$$

Le vecteur $\overline{M_0N}$ étant perpendiculaire à $\overline{OM_0}$, il lui correspond sur l'abaque fig. 32a, le vecteur $\overline{O'O}$ (perpendiculaire à $\overline{BO'}$). Si maintenant on fait coïncider le point O de l'abaque avec l'origine de T_M et le vecteur $\overline{OC}$ avec l'axe réel on obtient (pour un ε donné) fig. 33a :

- $\overline{OM}$ parallèle à $\overline{BO'}$
- $\overline{ON}$ parallèle à $\overline{BO}$
- $\overline{AN}$ parallèle à $\overline{BC}$
- $\overline{M_0N}$ parallèle à $\overline{O'O}$.

Puisque le diamètre du cercle de l'abaque est constant on peut graduer en valeur de $\tan \alpha$ la droite tangente au cercle au point O' .

La méthode de détermination de $(bk_1)_{lim}$ est donc la suivante :

1. On admet une valeur de ϵ .
2. On calcule la valeur de $\operatorname{tg} \alpha$ pour ϵ admis et différentes valeurs de m .
3. On superpose le point O de l'abaque (déterminé pour un m donné), avec l'origine de T_M et le vecteur $\overline{OC}$ avec l'axe réel.
4. On trace les vecteurs $\overline{ON}$, $\overline{OM}$, $\overline{AN}$, parallèles respectivement à $\overline{BO}$, $\overline{BO'}$, $\overline{BC}$ (l'origine de $\overline{AN}$ est le point $-1, j 0$).

Le point N est déterminé comme point d'intersection de $\overline{ON}$ et de $\overline{AN}$ et le vecteur $\overline{M_0N}$ est défini comme étant perpendiculaire à $\overline{OM}$, ou par l'égalité des modules de $\overline{OM_0}$ et de $\overline{AN}$.

La même construction est possible pour $\mu < 1$.

Il suffit pour cela d'avoir sur l'abaque plusieurs cercles concentriques pour différents μ . L'extrémité C' du vecteur $\overline{BC'}$ doit se trouver sur le cercle de μ correspondant. Après avoir superposé le vecteur $\overline{OC'}$ avec l'axe réel on trace les vecteurs $\overline{ON}$, $\overline{OM}$, $\overline{AN}$, parallèles aux vecteurs correspondants de l'abaque.

La construction d'un point pour $\epsilon = 0,8$, $\mu = 0,7$, $\frac{k_2}{k_1 R}$ et m tels que $\operatorname{tg} \alpha = 0,2$ est présentée fig. 33 b.

3.4.3. Construction basée sur la multiplication de deux vecteurs.

Si l'on admet $k_3 = 0$, l'équation (25c) peut être écrite de façon suivante :

$$bk_1 T_M \left[1 - \mu e^{-j2\pi\epsilon} - j \frac{k_2}{k_1 R} (m + \epsilon) \right] = -1 \quad (46)$$

Pour $k_2 = 0$ on a obtenu la construction de la fig. 20.

La même méthode peut être utilisée lorsqu'on tient compte de l'effet de variation des angles (fig. 34a).

Le vecteur $(1 - \mu e^{-j2\pi\epsilon})$ est représenté par le vecteur $\overline{OM_0}$. A ce vecteur il faut ajouter le vecteur imaginaire

$$-j \frac{k_2}{k_1 R} (m + \epsilon) \quad (\text{on suppose } n = 1)$$

Pour $k_2 < 0$ ce vecteur est dirigé vers le haut. Sa longueur dépend du facteur $k_2/k_1 R$, de ϵ correspondant au point M_0 et de la valeur admise de m . On remarque toutefois que quel que soit ϵ la variation de m d'une unité change la longueur de ce vecteur d'une valeur fixe et égale à $k_2/k_1 R$ (supposé connu).

Après avoir donc admis la valeur de ϵ , il faut calculer la valeur de $\epsilon k_2/k_1 R$, ce qui donne le premier point (N_0) sur le vecteur vertical issu de M_0 (pour $m = 0$). Pour $m = 1$, il faut ajouter une longueur égale à $k_2/k_1 R$, pour $m = 2$ deux longueurs, etc.

Le vecteur vertical peut donc être gradué en valeur de m (points $N_0, N_1, \dots$). Par exemple le vecteur $\overline{ON_1}$ est l'image de l'expression

$$1 - \mu e^{-j2\pi\epsilon} - j \frac{k_2}{k_1 R} (m + \epsilon) = \overline{ON_1} \quad (47)$$

pour $\mu = 0,8$; $m = 1$; $\epsilon = 0,68$.

D'après les relations (46) et (47) on voit que le résultat de la multiplication de deux vecteurs $(bk_1 T_M)$ et $\overline{ON_1}$, est égal à -1 . Les deux vecteurs doivent donc être disposés symétriquement par rap-

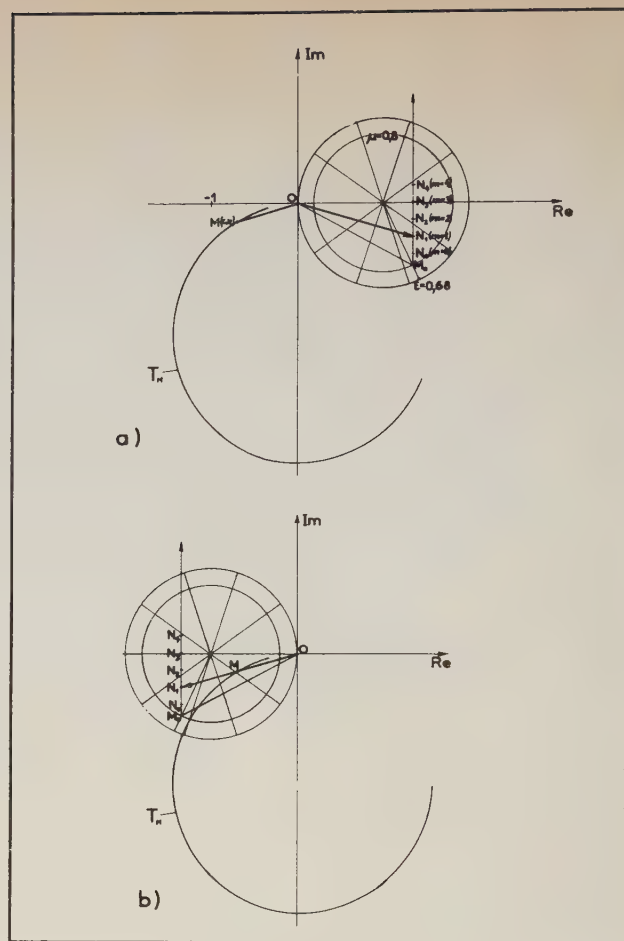


FIG. 34

port à l'axe imaginaire, d'où le vecteur $\overline{OM} = T_M(\omega_1)$ et ω_1 .

La valeur de $(bk_1)_{\lim}$ se trouve ainsi déterminée :

$$(bk_1)_{\lim} = \frac{1}{|\overline{OM}| |\overline{ON_1}|}$$

La même transformation qui a été opérée entre les figures 18b et 20 peut être réalisée maintenant.

Si la famille des cercles concentriques est centrée sur le point $(-1, j0)$, le vecteur $\overline{OM}$ devient colinéaire avec le vecteur $\overline{ON_1}$ (fig. 34 b). La distance entre les points N_i et N_{i+1} est fixe quels que soient ϵ et m . La détermination de la carte de stabilité est relativement plus facile que par les autres méthodes.

On remarque aussi que si l'argument de T_M est compris entre zéro et $-\pi$, à partir d'une certaine valeur de m (soit m') l'instabilité n'est plus possible, quelle que soit la valeur de ϵ . Le nombre de lobes d'instabilité est limité à m' et il existe une vitesse minimale de rotation $N_{\min}$ pour laquelle l'instabilité est encore possible.

On remarque que la largeur des lobes est limitée et ceci d'autant plus que μ est plus petit. La largeur d'un lobe m est déterminée par les valeurs limites de ϵ pour lesquelles le vecteur $\overline{ON_m}$ devient colinéaire avec l'axe réel.

(A suivre.)

Dynamique de la machine-outil

6^e partie (1)

Théorie du broutement

II. — Théorie mathématique du broutement

par Frédéric Mirski (2)

Nous avons publié dans de précédents numéros (3) le début de la théorie du broutement, où l'auteur commence par examiner le phénomène de façon générale.

Puis, il aborde la théorie mathématique avec un aperçu historique et la description physique du phénomène d'instabilité de coupe. Il passe ensuite à l'étude mathématique proprement dite, dont la fin apparaît ci-dessous.

3.5. Influence du retard de l'effort de coupe sur la stabilité de l'usinage

D'après M. E. Elyasberg (18), la longueur de la déchirure locale au point de contact de l'outil avec le métal, est de l'ordre de 0,2-0,3 mm pour de faibles valeurs de l'épaisseur du copeau (< 0,1 mm/tour).

Cette valeur permet d'attribuer un ordre de grandeur à l'exposant $\frac{k_3 \omega}{R \Omega}$ — l'équation (24) :

$$\frac{k_3}{R \Omega} \omega = \frac{0,2 - 0,3}{R \text{ [mm]}} (m + \varepsilon) \quad (48)$$

Soit (fig. 35a) un vecteur $\overline{OD}$ tel que :

$$\overline{OD} = bk_1 \left[1 - \mu e^{-j2\pi\varepsilon} - j \frac{k_2}{k_1 R} (m + \varepsilon) \right] T_M \quad (49)$$

Lorsque l'on ne tient pas compte du retard de l'effort dynamique, on a : $\overline{OD} = -1$ (49a)

D'après (24) et (49), on doit avoir :

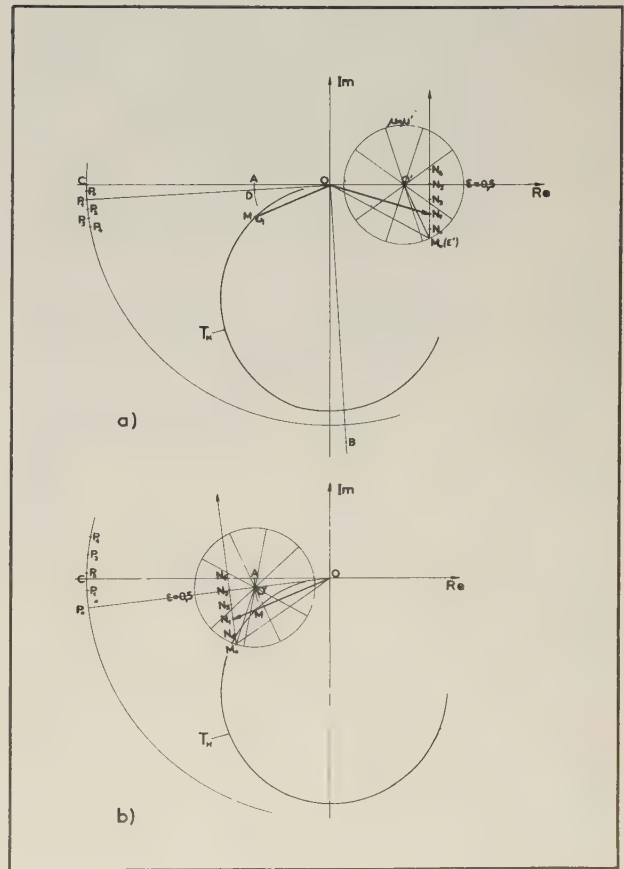


FIG. 35.

$$e^{-j \frac{k_3}{R \Omega} \omega} \overline{OD} = -1 \quad (49b)$$

La construction pour $k_3 \neq 0$ doit donc tenir

(1) Voir « La Machine-Outil française », n^{os} 257 et 259 à 271, octobre et décembre 1969, janvier à décembre 1970, janvier 1971.

(2) Docteur-Ingénieur au Centre d'Études et de Recherches de la machine-outil.

(3) N^{os} 265 à 271.

compte d'un facteur supplémentaire de rotation, car la multiplication d'un vecteur par $e^{-j\varphi}$ revient à une rotation de ce vecteur de l'angle $(-\varphi)$.

Cette construction diffère des constructions précédentes en ce qu'on ne doit plus faire coïncider le vecteur $\overline{OD}$ avec l'axe réel négatif de T_M mais avec une droite inclinée sur cet axe de l'angle $\frac{k_3}{R} (m + \varepsilon)$ - fig. 35a. La construction graphique correspondante peut être effectuée de façon suivante :

1. On admet une valeur de ε (soit ε'), ce qui détermine, pour la valeur considérée de μ (soit μ'), les vecteurs

$$\begin{aligned}\overline{OM}_0 &= 1 - \mu' e^{-j2\pi\varepsilon'} \\ \overline{M}_0 \overline{N}_m &= -j \frac{k_2}{k_1 R} (m + \varepsilon') \\ \overline{OP}_m &= |\overline{OC}| e^{j \frac{k_3}{R} (m + \varepsilon')} \quad (50)\end{aligned}$$

2. On admet une valeur de m (soit $m = 1$), ce qui détermine le vecteur $\overline{ON}_m = \overline{ON}_1$ et l'inclinaison du vecteur unitaire $\overline{OD}$ (droite $\overline{OP}_1$) sur l'axe réel négatif de T_M .

3. On trace une droite $\overline{OB}$ perpendiculaire à $\overline{OP}_1$. Pour que le produit $bk_1 T_M \cdot \overline{ON}_1$ soit égal à $\overline{OD}$ il faut que les vecteurs $\overline{ON}_1$ et $T_M (\omega_i)$ soient disposés symétriquement par rapport à $\overline{OB}$ — d'où $T_M (\omega_i)$ représenté par le vecteur $\overline{OM}$.

Un point sur la carte de stabilité peut donc être calculé :

$$\Omega_i = \frac{\omega_i}{1 + \varepsilon'} \quad (m = n = 1 \text{ dans l'exemple choisi})$$

$$(bk_1)_{lim} = \frac{1}{|\overline{OM}| |\overline{ON}_1|}$$

De cette manière on peut déterminer les Ω_i et $(bk_1)_{lim}$ pour différents m . Ensuite on change la valeur de ε et on répète l'opération.

On peut éviter la construction par symétrie si l'on fait tourner le cercle de μ considéré autour de la droite $\overline{OB}$.

Après cette rotation, la droite $\overline{OO}'$ formera avec l'axe réel un angle double de $\widehat{COP}_m$ (fig. 35b). Le cercle CP peut donc avoir une graduation deux fois plus espacée que celle de la fig. 35a. Le vecteur $\overline{M}_0 \overline{N}_m$ reste perpendiculaire à $\overline{OO}'$ et les vecteurs $\overline{ON}_m$ et $\overline{OM}$ deviennent colinéaires.

Lorsque l'on tient compte simultanément de l'effet de variation des angles et du retard de l'effort dynamique, l'allure de la carte de stabilité dépend de l'importance relative de ces deux phénomènes. On a vu plus haut que l'effet de variation des angles doit engendrer l'augmentation de la stabilité avec la diminution de la vitesse de coupe. Le retard de l'effort agit dans le sens contraire.

3.6. Cartes de stabilité comme caractéristique d'une machine-outil

Les cartes de stabilité présentées aux figures 28, 29, 31 sont déterminées pour des courbes théoriques de flexibilité. Pour des courbes expérimentales qui

peuvent être non linéaires (amortissement variable, par exemple), les lobes d'instabilité auront une forme un peu différente (plus larges ou plus étroites) mais l'allure générale de la carte et la disposition des lobes demeureront approximativement les mêmes.

Si l'axe des abscisses est gradué en fonction du rapport $\Omega \cdot n / \omega_0$, la disposition des lobes le long de cet axe est à peu près fixe. Lorsque l'axe des abscisses est gradué en nombre de tours par minute, la position des lobes dépend de la fréquence propre du système et du nombre d'arêtes de l'outil. Une carte sera valable pour différents outils si l'axe des abscisses est gradué en nombre de tours/minute multiplié par le nombre d'arêtes. Il reste donc le problème de la fréquence propre. Dans la zone des vitesses de coupe raisonnables les lobes sont déjà serrés et étant donné le glissement de la fréquence propre du système ainsi que la modification de son amortissement dus à l'échauffement de la machine, le travail dans la zone de stabilité conditionnelle semble être peu recommandable. Il s'y ajoute dans certains cas la variation de la vitesse de rotation en fonction de la charge, due au glissement de la courroie. On en conclut que si l'on se trouve entre deux lobes (d'après la carte de stabilité correspondante) au début d'une opération d'usinage, on peut très bien se trouver à l'intérieur d'un lobe en cours de son exécution.

Il n'en est pas de même pour des vitesses de rotation très importantes (autour du dernier ou avant-dernier lobe) où la largeur des espaces entre deux lobes voisins est assez grande.

Malheureusement ces vitesses ne correspondent guère aux vitesses normales de l'usinage. Si l'on tient compte de l'effet de variation des angles ou du retard de l'effort dynamique (ou des deux à la fois), on voit que l'influence que ces phénomènes exercent sur l'allure d'une carte de stabilité, dépend du rayon de la pièce usinée (tournage) ou de l'outil (fraisage). Cette difficulté demeure pourtant mineure devant le défaut principal des cartes de stabilité. Bien que la carte la plus simple (fig. 28a) fait apparemment l'abstraction du rayon, celui-ci se manifeste implicitement : la courbe expérimentale de flexibilité en dépend en général.

Il en résulte qu'une carte de stabilité caractérise le plus souvent le comportement d'une machine-outil pour un rayon donné de la pièce ou de l'outil, qu'elle tienne compte ou non de l'effet de variation des angles ou du retard de l'effort dynamique.

Si donc une carte n'est valable que pour un rayon donné, la variation de la vitesse de rotation signifie la variation proportionnelle de la vitesse de coupe. Or l'étendue des vitesses de coupe économiquement justifiées est fort réduite. Une carte de stabilité est donc d'un côté trop limitée (rayon déterminé) de l'autre côté elle est capable de fournir des renseignements inutilement larges du point de vue de la gamme des vitesses. L'idée qui vient donc à l'esprit, est de caractériser une machine-outil par des cartes de stabilité tracées en fonction du rayon de la pièce ou de l'outil, pour une vitesse de coupe donnée. Mais cette entreprise est pratiquement irréalisable, bien qu'une construction graphique correspondante (pour $R \Omega = \text{constant}$) ne soit pas difficile à effectuer. La raison en est précisément celle qui rend les cartes habituelles si peu générales : une variation du rayon engendre une variation de la courbe de flexibilité de la structure étudiée.

Il est important de ne pas perdre de vue que si l'effet de variation des angles n'est pas négligeable, son extrapolation aux très faibles vitesses de rotation est abusive. En effet si la direction instantanée de la vitesse de coupe dévie de la direction tangentielle d'un angle plus grand que l'angle de dépouille, l'appareil mathématique développé plus haut ne décrit pas correctement le phénomène vibratoire.

La face de dépouille entre, dans ce cas, en contact avec le métal, ce qui doit être à l'origine de l'apparition d'un effort de frottement à priori non linéaire. Les cartes de stabilité telles qu'elles sont présentées à la fig. 31 ne reflètent donc pas le comportement dynamique d'une machine-outil lors de la coupe aux basses vitesses.

Étant donné les valeurs habituelles de l'angle de dépouille (5-10 degrés) on peut admettre que l'effort ΔP_2 est proportionnel soit à δ soit à $\tan \delta$ (relations 6 et 6a).

Il en est de même pour la théorie de la déchirure locale : aux basses vitesses de coupe la linéarisation du phénomène n'est pas possible.

Conclusions

Au cours des années précédentes, un grand effort entrepris par de nombreux centres de recherches industrielles et universitaires a permis de dégager les grandes lignes du problème et de comprendre le mécanisme d'apparition de l'instabilité de la coupe dans son principe.

Parmi les acquisitions théoriques indiscutables, il faut citer le principe de régénération et l'effet d'orientation. L'assimilation d'une machine-outil lors de la coupe à un système asservi et l'introduction d'un langage mathématique approprié qui s'ensuit, est un pas important en avant.

On constate toutefois que le progrès acquis n'a pas eu l'effet qu'on aurait pu escompter : il n'a pas provoqué le nouvel essor de la recherche de base.

Pendant quelques années les discussions concernant tel ou tel aspect du problème se sont poursuivies, mais on s'accordait implicitement à admettre qu'en principe tout est résolu et que seules restaient quelques difficultés d'importance secondaire.

Ce temps semble être déjà révolu.

Le dispositif expérimental conçu et réalisé à l'université de Louvain et les travaux entrepris sur cette base par différents centres (travaux coordonnés par le C.I.R.P.), doivent apporter de nouveaux éléments indispensables pour la meilleure compréhension du phénomène. Déjà les premiers résultats publiés [28] donnent à réfléchir. La carte de stabilité

obtenue n'a pas la forme qui découle des constructions graphiques.

Lors de la réunion du Groupe Ma du C.I.R.P. (Paris, le 2 février 1969), on a pu constater que les résultats obtenus dans deux centres diffèrent sensiblement.

Il semble donc que le progrès dans la solution du problème de stabilité de coupe ne pourra être réalisé que si l'on s'accorde à admettre que seul le cadre général du phénomène est définitivement acquis, tout le reste étant sujet à vérification, à discussion et, le cas échéant, à contestations.

Les nouvelles constructions graphiques que l'on propose rendent moins fastidieuse la détermination des cartes de stabilité. Mais les constructions graphiques ou le calcul automatique ne valent que ce que valent les équations admises. En réalité, les cartes de stabilité calculées ne disent que ce qu'on leur demande de dire. Il faut donc réanalyser les relations de départ.

Quelles sont les relations entre les dimensions du métal à enlever et les dimensions du copeau déformé? Comment se comporte le plan (ou la zone) de cisaillement lorsque l'épaisseur du métal varie? Dans quelle mesure les lois de la coupe stable définissent-elles la limite de stabilité? Puisque l'appareil mathématique utilisé est linéaire, il ne peut pas servir pour l'étude de la coupe instable.

Mais, si l'on s'occupe de la coupe stable (dans des conditions présentant une faible réserve de stabilité), pourquoi tenir compte de l'effet de variation des angles ou du retard de l'effort dynamique, phénomènes à priori négligeables en coupe stable?

Dans quelle mesure la largeur du copeau peut-elle être considérée comme un critère intrinsèque de stabilité? Peut-on admettre l'invariance de la direction de l'effort, pour différents régimes de coupe stable?

Autant de questions sans réponses définitives et pourtant chacune de ces questions a une importance primordiale pour la définition d'un critère de stabilité de coupe.

Il semble qu'à présent la recherche ne peut servir le constructeur qu'en lui apportant la connaissance des méthodes expérimentales permettant de déterminer les directions propres des modes vibratoires et leurs flexibilités dynamiques ainsi que les déformées des machines.

En connaissant les caractéristiques d'une machine existante, le constructeur peut en tenir compte lors de la conception d'une machine nouvelle.

Quant à un critère de stabilité, il semble tout naturel de ne pas aller l'offrir au constructeur et à l'utilisateur avant d'être sûr de son exactitude. Afin de les servir,

Bibliographie

- 1 - S. DOI : Journal of Soc. of Mech. Engrs (Japon), N° 34 (1931), 173
- 2 - S. DOI : Trans. of Soc. of Mech. Engrs (Japon), N° 10 (1937), 94
- 3 - R.N. ARNOLD : Proc. I. Mech. E., Vol. 154 (1946), 261
- 4 - A.J. CHISHOLM : Machinery (London), Vol. 75 (1949), 51
- 5 - S. DOI : Journ. of Soc. of Mech. Engrs (Japon), N° 385 (1951), 39
- 6 - R.S. HAHN. Trans. of ASME, Vol. 75 (1953), 1073
- 7 - E. SALJE. Trans. of ASME, Vol. 78 (1956), 737
- 8 - J. TLUSTY, M. POLACEK : Stanki i instroumente, N°s 3 et 4 (1956), 10

- 9 - S.A. TOBIAS, W. FISHWICK : Proc. I. Mech. E., N° 170 (1956), 232
- 10 - S. KATO : Theoretical research on chatter vibration of lathe tools. Memoirs of the fac. of Eng., Nagoya Univ. (Japon), (1958)
- 11 - J.P. GURNEY, S.A. TOBIAS : Intern. J. of MTDR, N° 1 (1961), 385
- 12 - J.P. GURNEY, S.A. TOBIAS : Trans. of ASME, Vol. 84 (1962), 103
- 13 - O. DANEK, M. POLACEK, L. SPACEK, J. TLUSTY : « Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen » VEB Verlag Technik, Berlin (1962)
- 14 - C. ANDREW, S.A. TOBIAS : Intern. J. of MTDR., N° 1 (1961), 325
- 15 - J. PETERS, P. VANHERCK : Un critère de stabilité dynamique pour machines-outils. Edition CRIF (Belgique), N° 13 (1962)
- 16 - H. E. MERRITT : Trans. of ASME., Vol. 87 (1965), 447
- 17 - I. CHOWDURY, M.M. SADEK, S.A. TOBIAS : Proc. of 10th Int. MTDR Conf. Pergamon Press, London (1969)
- 18 - M.E. ELYASBERG : Stanki i instroumente - N°s 10 et 11 (1962), 3
- 19 - S.A. TOBIAS : Machine Tool Vibration - Blackie London (1965) - traduction de l'original allemand
- 20 - S. DOI : Trans. of Soc. of Mech. Engrs (Japon), N° 86 (1953), 34
- 21 - S. KATO : Trans. of Soc. of Mech. Engrs (Japon), Vol. 24 (1958), 115
- 22 - O. BJORKE : An analysis of the cutting process dynamics with reference to errors in cutting force measurements - Presented at CIRP meeting, Paris 1966
- 23 - H. ROESE : Industrie Anzeiger, N° 50 (1968), 33
- 24 - W. HOLKEN : Untersuchungen von Ratterschwingungen an Drehbänken. Thèse de T.H. Aachen (1957)
- 25 - J.D. SMITH, S.A. TOBIAS : Intern. J. of MTDR, N° 1 (1961), 283
- 26 - J.D. SMITH : The Dynamic cutting of Metal ; Thèse de l'Univ. de Cambridge (1962)
- 27 - J.R. LEMON, R.C. ACKERMANN : Trans. of ASME (1965), 471
- 28 - J. PETERS, P. VANHERCK : Provisional report on co-operative work on dynamic cutting coefficient carried out at Leuven (janvier 1969)
- 29 - S. DOI : On the chatter vibrations of lathe tools. Memoirs of the Fac. of Eng., Nagoya Univ. (Japon), (1953)
- 30 - H. OPITZ, F. BERNARDI : Investigation and calculation of the chatter behaviour of lathes and milling machines. Annales du CIRP, Vol. 18, N° 2 (1970)
- 31 - J. LOMBARD, J.F. IMBERT, F. MIRSKI : « Théorie du broutement », mémoire présenté à l'Assemblée générale du CIRP (Groupe Ma) à Genève, Sept. 1969
- 32 - « Théorie du broutement » — Publication CERMO N° 37, octobre 1969
- 33 - J. LOMBARD, F. MIRSKI : « Dynamic force to chip thickness variation ratio in milling ». Étude présentée à l'Assemblée générale du C.I.R.P. (Groupe Ma) à Turin, sept. 1970. (A paraître dans les Annales du C.I.R.P.)
- 34 - J. LOMBARD, J.F. IMBERT, F. MIRSKI : « A New graphical solution of the machine tool stability equation ». Étude présentée à l'Assemblée générale du C.I.R.P. (Groupe Ma) à Turin, sept. 1970 (A paraître dans les Annales du C.I.R.P.).

« La Machine-Outil française » vient de terminer la publication du cycle d'articles consacrés à la « Dynamique de la Machine-Outil ».

Les six articles publiés ont eu pour but de présenter au lecteur les divers aspects d'un même problème ; et, bien que leur publication soit terminée, il va de soi que le travail doit continuer.

L'objectif poursuivi est de donner au Constructeur un outil scientifique lui permettant de tenir compte des propriétés dynamiques des machines au cours de leur élaboration.

Nous espérons pouvoir tenir le lecteur au courant de nouveaux résultats acquis dans la poursuite de ce but.

Toutes les expériences décrites dans le cycle ont été effectuées au laboratoire du Centre d'Études et de Recherches de la Machine-Outil (C.E.R.M.O.) dont l'auteur remercie le Directeur M. Lombard pour la générosité avec laquelle il a su le faire profiter de son expérience et pour l'intérêt qu'il a porté à ses travaux au cours de six années de travail commun.

F. MIRSKI

